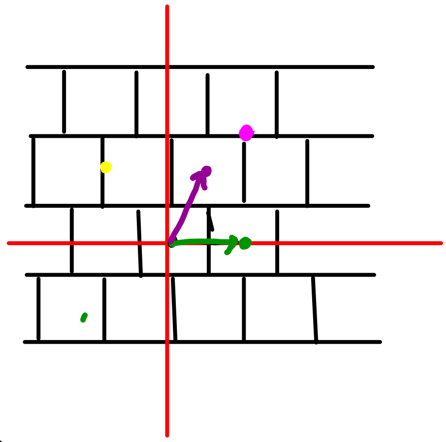
MAT2500 18.09.2020

4



a)

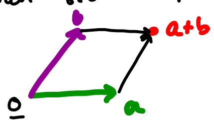
$(1,2)$ $\qquad$ $(2k+1,\ 4l+2)$

$(0,0)$ $\ (2,0)$ $\qquad$ $(2k,\ 2l)$

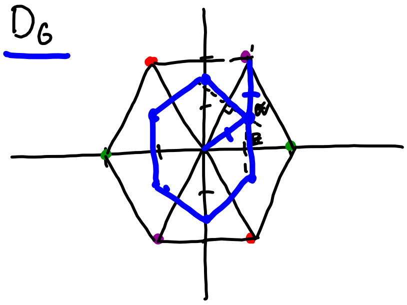
Har at $t_{(1,2)}$ og $t_{(2,0)}$ genererer alle translasjoner av mønsteret.

$$M_G = \{ m(2,0) + n(1,2) \ : \ m,n \in \mathbb{Z} \}$$

med standardparallellogram



D_G



$$\left.\begin{aligned} z+w &= 2 \\ z^2+1^2 &= w^2 \end{aligned}\right\} \qquad w = 2-z$$

$$z^2+1^2 = (2-z)^2$$

$$\vdots$$

$$z = \frac{3}{4}$$

• $(1, \frac{3}{4})$

En ikke-regulær sekskant (se 3-6 c))

b) $\{id, \rho_\pi, s_x, s_y\} = D_2$

Klein fire-gruppen $\simeq \mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2$

$g^2 = id$

c) Rotasjoner: $\rho_{\pi,s}$ for s senter i kvadrat

ρ_{π,s_v} for s_v senter i vertikal kant

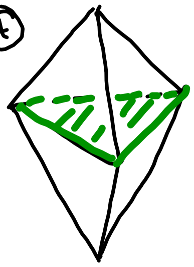
Speilinger: Alle horisontale og vertikale linjer gjennom senterne av kvadratene

Alle vertikale kanter

Glidespeilinger: Speiling om horisontale kanter translatert med $(1,0)$ eller $(2m+1, 0)$ for $m \in \mathbb{Z}$.

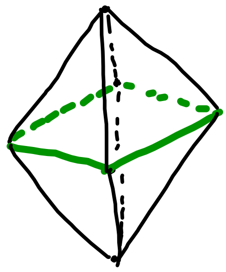
5 1 3.6.1

A

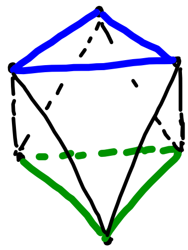


Bipyramide på en trekant
5 hjørner
6 sider

B 6 hjørner
8 sider



Bipyramide på firkant.



Antiprisme på trekant

(2) 3.6.4.

P 3-dim polyeder

Γ kantgrafen til P

$v_k = \{\# w \mid \underset{\substack{\uparrow \\ \text{hjørne}}}{w} \in \Gamma$ og $\deg w = k\}$ ↑ antall kanter som møtes i hjørnet

Skal vise at P med trekanter som sideflater har

$$\sum_k \left(1 - \frac{k}{6}\right) v_k = 2$$

Vi har:

EULER: $v - e + f \overset{3.1}{=} 2$

og $2e \overset{3.2}{=} \sum_{\text{hjørner } p} \deg p = \sum k \cdot v_k$ $\qquad e = \sum \frac{k}{2} v_k$

$v = \sum_k v_k$ $\qquad v = \sum_k v_k$

$3f = 2e$ $\qquad f = \sum \frac{k}{3} v_k$

$$2 = \sum_k v_k - \sum_k \frac{k}{2} v_k + \sum_k \frac{k}{3} v_k$$

$$= \sum_k v_k \left(1 - \frac{k}{2} + \frac{k}{3}\right)$$

$$= \sum_k v_k \left(1 - \frac{k}{6}\right)$$

P har n-kanter som sideflater

$nf = \sum k v_k$ $\qquad f = \sum \frac{k}{n} v_k$

$$\sum_k v_k \left(1 - \frac{k}{2} + \frac{k}{n}\right) = 2$$

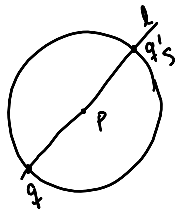
$$\sum_k v_k \left(1 - \frac{k(n-2)}{2n}\right) = 2$$

$n=4$: $\sum_k v_k \left(1 - \frac{2k}{8}\right) = 2$ $\qquad k \geq 3$

$n=5$: $\sum_k v_k \left(1 - \frac{3k}{10}\right) = 2$ $\qquad k=3$ ok, $k=4$ ikke ok

$n=6$: $\sum_k v_k \left(1 - \frac{4k}{12}\right) = 2$ $\qquad k=3$ ikke ok.

③ $P = \{\text{linjer i planet}\}$
S = sirkel i planet med sentrum p
$q, q' \in S$ er ANTIPODALE hvis $q' \in l_{pq} \cap S$



a) $l \sim_p l'$ hvis $l \parallel l'$ er ekvivalent på P
R: $l \parallel l$, så $l \sim_p l$
S: Hvis $l \sim_p l'$, da er $l \parallel l'$
men da er $l' \parallel l$ og $l' \sim_p l$
T: $l \sim_p l'$ og $l' \sim_p l''$
$l \parallel l'$ og $l' \parallel l''$
men da er $l \parallel l''$,
så $l \sim_p l''$.

b) $q \sim_S q'$ hvis q og q' er antipodale
R: $q \sim_S q$ $q \in l_{pq} \cap S$
S: $q \sim_S q'$, så er $q' \in l_{pq}$, men da $q \in l_{pq'}$
og dermed $q' \sim_S q$
T: Anta $q \sim_S q'$ og $q' \sim_S q''$
$q \in l_{pq'}$ og $q'' \in l_{pq'}$
så $q \sim_S q''$.

c) La $\mathcal{P}$ være mengden ekvivalensklasser for $\sim_p$
$\mathcal{S}$ — " — $\sim_S$

$$\mathcal{P} \underset{\text{bijeksjon}}{\longleftrightarrow} \mathcal{S}$$

La $\bar{l}$ være representant for ekvivalensklassen til en linje $l \in P$
slik at $\bar{l} \parallel l$ og $p \in \bar{l}$
Da vil $\bar{l} \cap S$ bestemme q og q', velg $\bar{q}$ representant for ekvivalensklassen i $\mathcal{S}$.

Definere $f: \bar{l} \mapsto \bar{q}$
$\mathcal{P} \longrightarrow \mathcal{S}$

- Veldef: $\bar{l} \mapsto \bar{q}$ $\bar{l} \mapsto \bar{q}'$
men da må $q \sim_S q'$, så $\bar{q} = \bar{q}'$
- Surjektiv: $\bar{q} \in \mathcal{S}$, velg $l = l_{pq}$, og da vil
$f(\bar{l}) = \bar{q}$
- Injektiv: Anta $f(\bar{l}) = f(\bar{l}')$.
Da fins $q \in S$ s.a. $q \in \bar{l}$ og $q \in \bar{l}'$,
men $\bar{l}$ og $\bar{l}'$ går gjennom både p og q,
så $\bar{l} = \bar{l}'$.