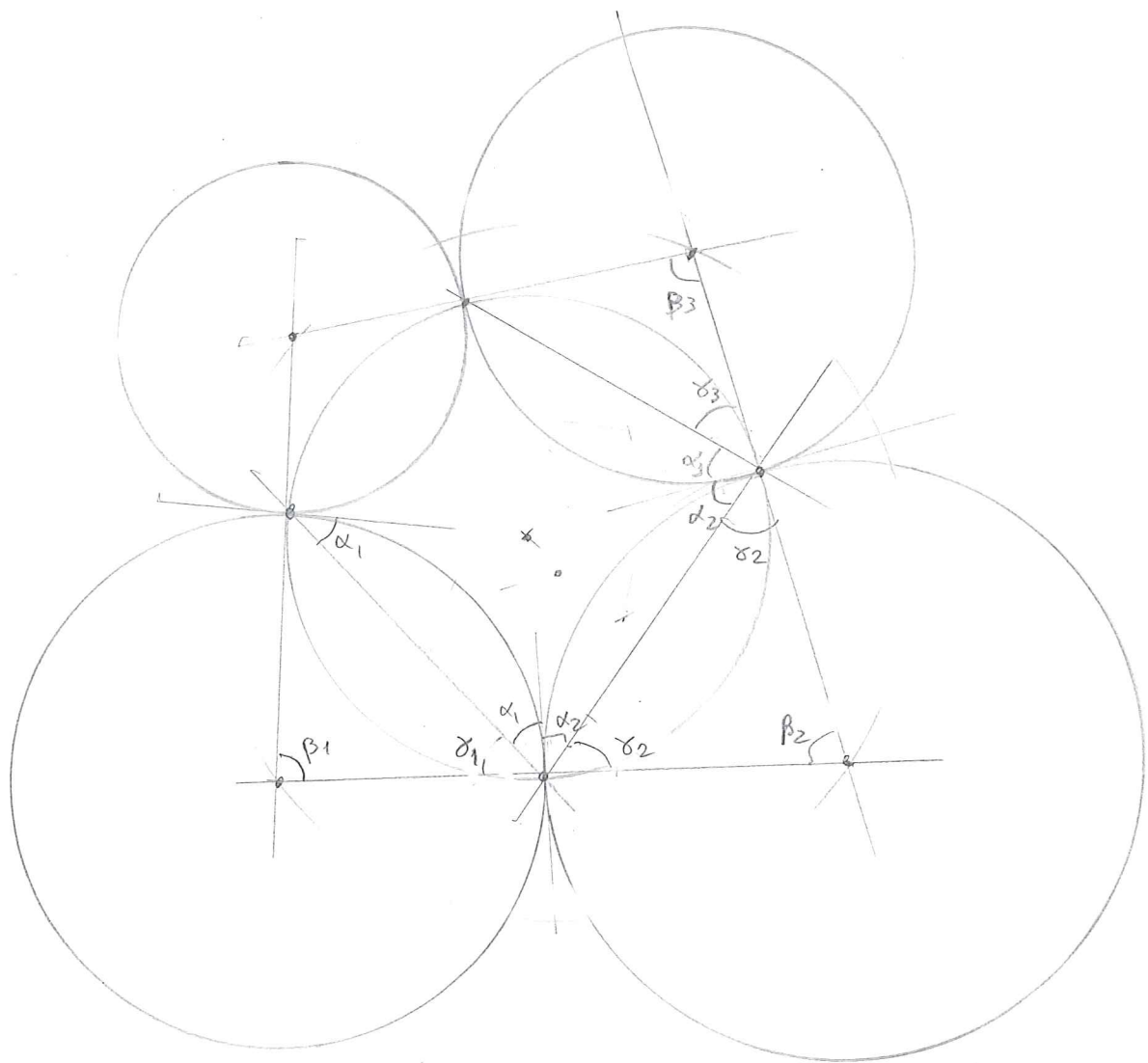




$$2\alpha_1 + 2\alpha_2 + 2\alpha_3 + 2\alpha_4 = 2\pi$$

$$\Rightarrow (\alpha_1 + \alpha_2) + (\alpha_3 + \alpha_4) = \pi.$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 = \pi$$

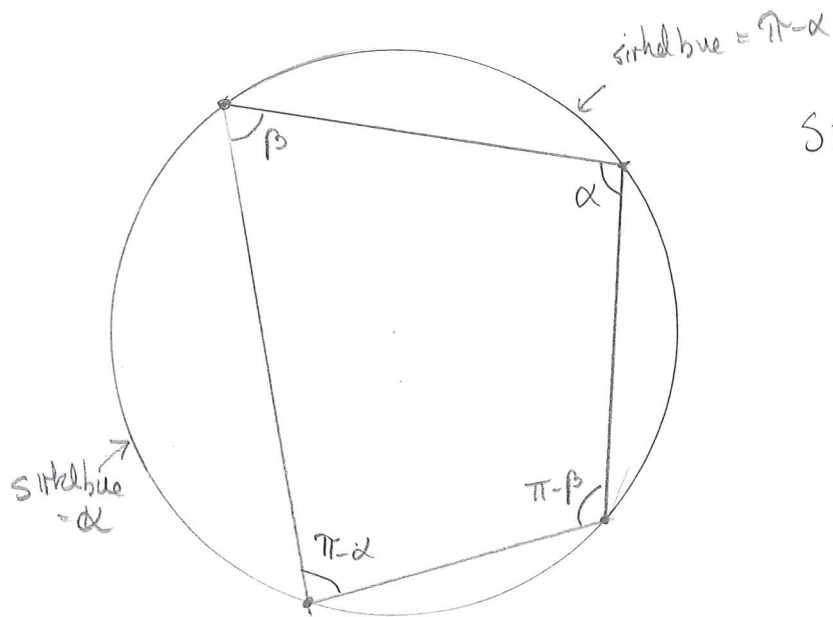
$$\gamma_1 + \gamma_2 = \pi - \gamma_3 - \gamma_4$$

$$\Rightarrow \gamma_1 + \gamma_2 = \pi - \gamma_3 - \gamma_4$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \pi - \gamma_3 - \gamma_4$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \pi - \gamma_3 - \gamma_4$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \pi - \gamma_3 - \gamma_4$$



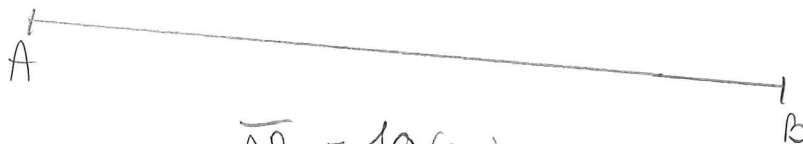
Sirkulær firkant:

Motstående vinkler
er komplementære
(sum = π)

Sirkulær mangekant: Hjørner på en sirkel

Introduksjon av lengder av linjestykker

Bestemme oss for
en positiv retning



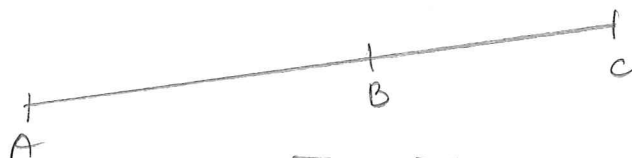
$$\overline{AB} = 10 \text{ (cm)}$$

$$\overline{BA} = -10 \text{ (cm)}$$

$$AB = 10 = |\overline{AB}| = |\overline{BA}|$$

$$\overline{AB} + \overline{BA} = \overline{AA} = 0.$$

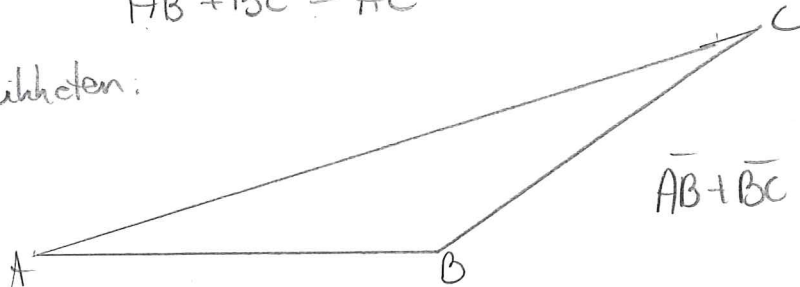
Kolineære punkter:



$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

Likhet:
kolinearitett

Trekantulikheten:

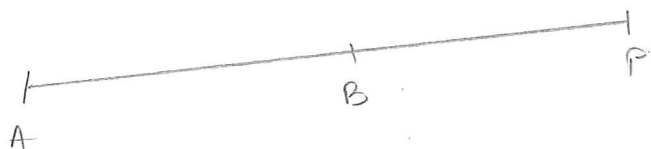


$$\overline{AB} + \overline{BC} \geq \overline{AC}$$

Delingsforhold



P deler AB i forholdet $\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}}$



P ligger mellem A og B

Positivt delingsforhold

P ligger ikke mellem A og B

Negativt delingsforhold

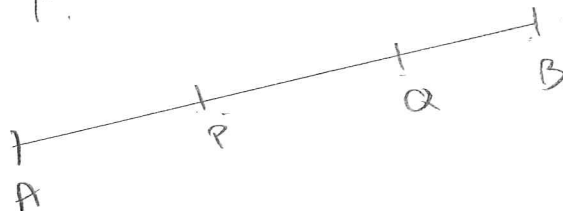
Hjælpesætning (Viktig!)

Punkt P på linje gennem A og B.

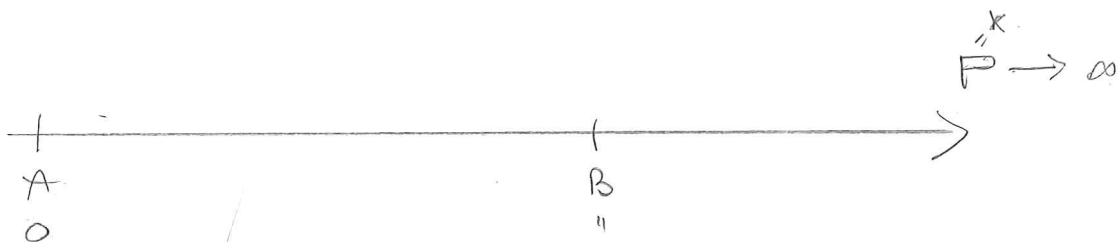


Delingsforholdet $\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}}$ bestemmer P.

Beris. Antag $\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{AQ}}{\overline{QB}}$



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} + \frac{\overline{PB}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{AQ}}{\overline{QB}} + \frac{\overline{QB}}{\overline{QB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{QB}} \Rightarrow \overline{PB} = \overline{QB} \Rightarrow P = Q.$$



$$\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} = \frac{x}{-x+1} = -\frac{x-1}{-x+1} + \frac{1}{-x+1} = -1 - \frac{1}{x-1} \rightarrow -1$$



Linjestykket mellom A og B: $\overline{AB}$
med lengde AB

Med fortegn $\overline{AB} = -\overline{BA}$; $AB = |\overline{AB}|$.



Kolineære

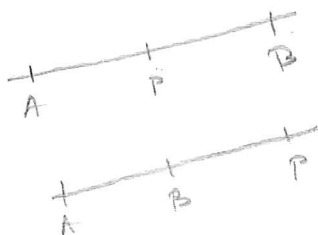
$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

uavhengig av

- orientering
- rekkefølge
- evt. like punkter.

$$\overline{AB} + \overline{BA} = \overline{AA} = 0$$

Delingsforhold:



P deler AB i forholdet

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} > 0 \quad \text{hvis P ligger mellom A og B}$$

$$< 0 \quad \text{hvis P ligger utenfor AB}$$

Hjelpesetning om delingsforhold:

Et punkt P på linj gjennom A og B er entydig bestemt av delingsforholdet $\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}}$



Bevis:

$$\text{Velg to pkt } \frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{AQ}}{\overline{QB}} \Rightarrow \frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} + \frac{\overline{PB}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{AQ}}{\overline{QB}} + \frac{\overline{QB}}{\overline{QB}}$$

P og Q, slik at

$$\Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{QB}}$$

Beste på linja

$$\Rightarrow \overline{PB} = \overline{QB}$$

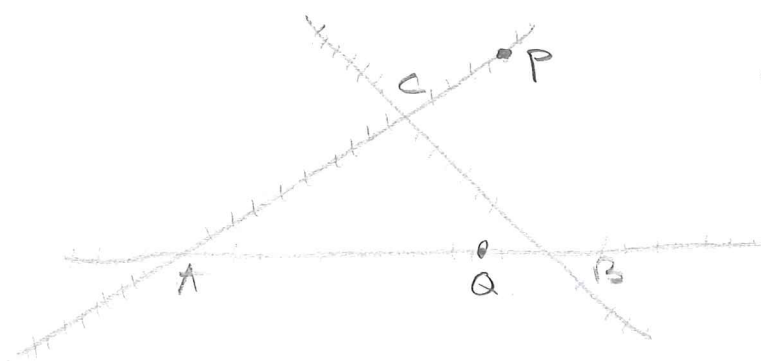
Gjennom A og B

$$\Rightarrow P = Q$$

A, B, C
ikke kolineære $\Rightarrow \triangle ABC$
danner trekant

Definisjon av Menelaos-punkt:

Et punkt på linja gjennom A og B, forskjellig fra A og B kalles et Menelaos-punkt til trekanten $\triangle ABC$ for siden AB



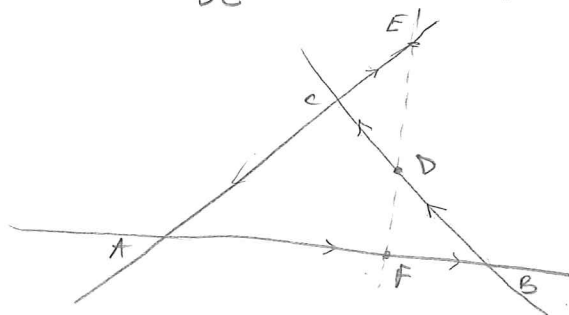
P : Menelaos-punkt for AC

Q : ——— AB

Menelaos setning:

Tre Menelaos-punkt D, E og F for sidene BC, CA og AB er KOLINEÆRE hvis og bare hvis

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \cdot \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} \cdot \frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} = -1$$



Enten ett eller tre punkt
ligger utenfor trekanten

$\Rightarrow$ fortegn er minus

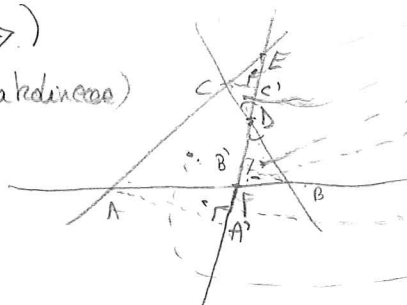
Beris: ($\Rightarrow$)

Fotpunkter:

C på ED : C

B på FD : B

(Anta kolinear)



$$\triangle BB'D \sim \triangle CC'D$$

I

$$\triangle AA'F \sim \triangle BB'F$$

II

$$\triangle AA'E \sim \triangle CC'E$$

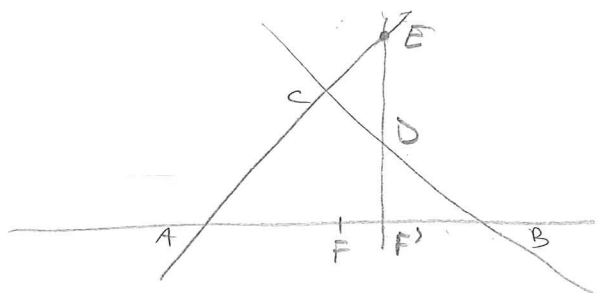
III

$$\Rightarrow \text{I: } \frac{BD}{CD} = \frac{BB'}{CC'}, \text{ II: } \frac{AF}{BF} = \frac{AA'}{BB'}, \text{ III: } \frac{AE}{CE} = \frac{AA'}{CC'}$$

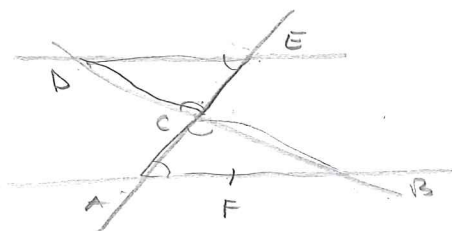
$$\Rightarrow \frac{BD}{CD} \cdot \frac{AF}{BF} \cdot \frac{CE}{AE} = 1 \quad (\text{Bare lengder})$$

($\Leftarrow$)

Anta $\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \cdot \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} \cdot \frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} = -1$



Hvis DE og AB er parallelle:



$$\triangle CED \sim \triangle CAB$$

$\Downarrow$

$$\frac{\overline{CE}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}$$

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{EA}} = \frac{\overline{BC} + \overline{CD}}{\overline{AC} + \overline{CE}} = \frac{\frac{\overline{AC} \cdot \overline{CD}}{\overline{CE}} + \overline{CD}}{\overline{AC} + \overline{CE}}$$

$$= \frac{\overline{CD}}{\overline{CE}} \frac{\overline{AC} + \overline{CE}}{\overline{AC} + \overline{CE}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{CE}}$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} = - \frac{\overline{EA} \cdot \overline{DC}}{\overline{BD} \cdot \overline{CE}} = -1$$

(som betyr at F ligger i det uendelige fjerne)

$\Rightarrow$ Vi kan anta at DE og AB møtes!!

For F' vel vi:

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \cdot \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} \cdot \frac{\overline{AF'}}{\overline{F'B}} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} = \frac{\overline{AF'}}{\overline{F'B}} \quad (\text{samme delingsforhold})$$

Ved hjelpesetningen følger at $F = F'$.

□