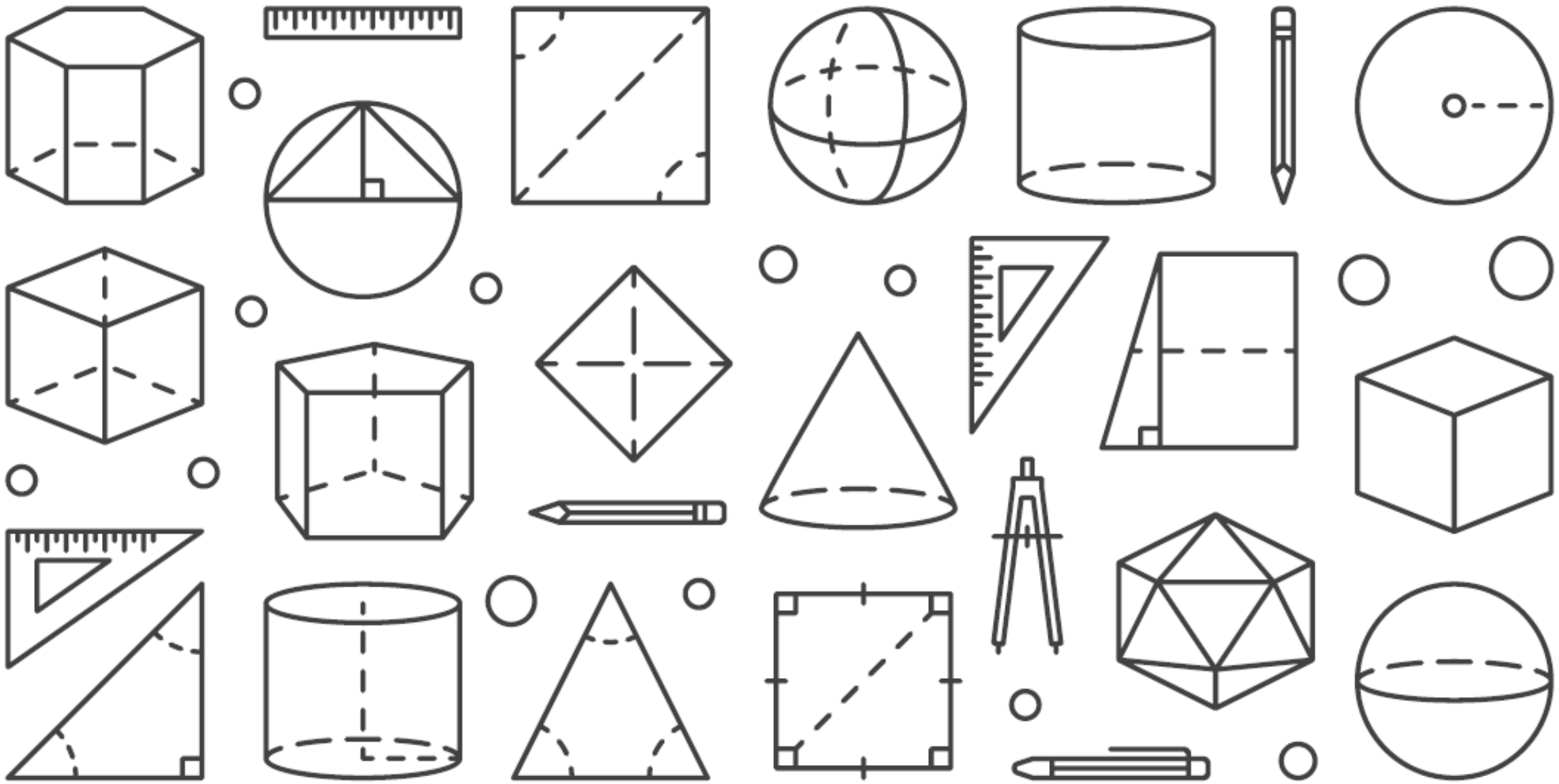

Illustrasjonsfoto: Colourbox.com

UNIVERSITY
OF OSLO

Karoline Moe
karoline.moe@ub.uio.no

Oppgave i matematikk – MAT2500

Øvelse i å tilegne seg matematiske ideer

- Starter med et resultat eller et tema
- Må finne litteratur
- Første gang dere leser matematikk utenfor læreboka

Øvelse i å presentere matematiske ideer

- Kjent stoff skal presenteres med dine ord og det du velger å fremheve!
- Første gang dere skal formidle matematikk gjennom en tekst
- Sjanger: «Oversiktsartikkel»
- Bruke kilder og referere riktig

Finne litteratur

Emne
Spesifikk kilde

Realfagsbiblioteket i VB

- Studentkort = Lånekort
- Bøkene står oppstilt etter emne
- Mattesamling
  - Langveggen bak inngangsdøra
  - Geometri: 14, 50 & 53
- Boksamling
  - Geometri: 516
- Laveregradssamling
  - Geometri: 516
  - Populærmatematikk: 510 & 511
- Samling 42
  - Fortløpende nummerering
  - Let i hylla eller online

Online

- Universitetsbiblioteket
  - www.ub.uio.no/matematikk
  - app.uio.no/ub/emnesok/realfagstermer/
- Generelle nettsider
  - Wolfram Mathworld
  - Wikipedia
  - Sider fra universiteter: .edu
- Google scholar
  - Spesifikke søkeord i matematikk
  - Alternative fakta i matematikk
- Matematikkdatabaser
  - MathSciNet
    - www.ams.org/mathscinet/

UNIVERSITY
OF OSLO

516
Geometri
Elementary Geometry
Algebra and Geometry
A Lifetime of
MAA
BASIC GEO
Modern Elementary Geometry
PRACTICAL CONIC SECTIONS
THE THIRTEEN BOOKS OF THE ELEMENT
THE THIRTEEN BOOKS OF THE ELEMENTS
Trigonometry
GEOMETRY
MATHEMATICAL REFI
CONICS
DIVINE PROPORTIONS
Matematiske sammenhænge: Geometri
MATEMATISKE IDE
COLLEGE GEOMETRY
MATLAB
SCIENTIFIC COMPUTIN
Laveregrad

Prosjektarbeid

- Struktur «IMRaD»
- Nok historisk og matematisk bakgrunn og notasjon til at leseren kan forstå hvorfor resultatet er interessant og hva resultatet sier
- Presentere resultatet – husk å sitere!
- Eventuelt presentere et bevis skrevet med dine ord – husk å sitere!
- Eksempler på bruk av resultatet – i dine egne ord og med dine egne motiverende innledninger og overganger
- Avslutning der du oppsummerer, forteller om poenget og setter temaet inn i en større sammenheng
- Referanseliste

Skrivetips

- Planlegg høydepunktene før du begynner å skrive
- Husk at matematikkbokstaver har annen font enn tekstbokstaver
- Matematikk (og siteringer) er ord i setningen og skal tegnsettes
- Det er ikke tillatt å begynne en setning med et matematikksymbol
- Pass på at notasjonen du bruker er standard og bijektiv
- Lær deg, og bruk, overgangsord (men, imidlertid, deretter, videre)
- Vi skriver vanligvis i flertall uansett hvor mange som skriver
- Bruk språket aktivt for å angi hvem som har gjort hva (vi eller andre)!
    - «Vi gjengir et bevis av dette resultatet fra [1]…»
    - «Vi beviser dette resultatet…»

Å presentere matematikk

http://web.cs.ucdavis.edu/~amenta/w10/writingman.pdf

$$3^{2x} - 2(3^x) = -1 \;=\; (3^x)^2 - 2(3^x) + 1 = 0 \;=$$
$$(3^x - 1)^2 = 0 \;=\; 3^x = 1 \;=\; x = 0.$$

$$3^{2x} - 2(3^x) = -1 \;\rightarrow\; (3^x)^2 - 2(3^x) + 1 = 0 \;\rightarrow$$
$$(3^x - 1)^2 = 0 \;\rightarrow\; 3^x = 1 \;\rightarrow\; x = 0.$$

$3^{2x} - 2(3^x) = -1$	Solve this equation.
$(3^x)^2 - 2(3^x) + 1 = 0$	Collect the terms on one side.
$(3^x - 1)^2 = 0$	Factor.
$3^x = 1$	Use the Zero Factor Property.
$x = 0$	Solve for x.

$$\begin{aligned} 3^{2x} - 2(3^x) &= -1 \\ (3^x)^2 - 2(3^x) + 1 &= 0 \\ (3^x - 1)^2 &= 0 \\ 3^x &= 1 \\ x &= 0. \end{aligned}$$

We want to solve for x in the equation

$$3^{2x} - 2(3^x) = -1.$$

We can rewrite this equation in terms of 3^x:

$$(3^x)^2 - 2(3^x) + 1 = 0.$$

After factoring, this becomes

$$(3^x - 1)^2 = 1$$

and it follows that $3^x = 1$, or $x = 0$.

Å presentere matematikk

Let P be the escaped wombat population (in thousands) t years after 1990 and suppose that

$$P = 0.5(1.12)^t.$$

The wombat population in 1992 is approximately 672. We can see this by setting $t = 2$ and observing that

$$P = 0.5(1.12)^2 = 0.6272 \text{ thousand wombats.}$$

If we want to predict when the wombat population will reach 2000, we set $P = 2$ and solve for t using logarithms.

$$\begin{aligned} 2 &= 0.5(1.12)^t \\ \log 2 &= \log 0.5 + t \log 1.12 \\ t &= \frac{\log 2 - \log 0.5}{\log 1.12} \approx 12.23 \text{ years.} \end{aligned}$$

The wombat population will reach 2000 in the year 2002.

Let P be the escaped wombat population (in thousands) t years after 1990 and suppose that

$$P = 0.5(1.12)^t.$$

By substituting 2 for t in the above equation, we can see that in 1992, the wombat population is approximately 672.

$$0.5(1.12)^2 = 0.6272 \text{ thousand wombats.}$$

Let t_{2000} be the year when the wombat population reaches 2000. Then,

$$\begin{aligned} 2 &= 0.5(1.12)^{t_{2000}} \\ \log 2 &= \log 0.5 + t_{2000} \log 1.12 \\ t_{2000} &= \frac{\log 2 - \log 0.5}{\log 1.12} \approx 12.23 \text{ years.} \end{aligned}$$

The wombat population will reach 2000 in the year 2002.

http://web.cs.ucdavis.edu/~amenta/w10/writingman.pdf

Bruk av kilder

- Finn resultatet du skal skrive om
  - Kan du finne originalkilden?
- Finn flere kilder om temaet
  - Bok, artikkel, nettside
  - Nøkkelord
  - Let i referanselister
  - Let i litteratur som siterer en kilde du bruker
- Kritisk lesing
- Referere – kildehenvisning og referanseliste
- Plagiering

A SIMPLE PROOF THAT π IS IRRATIONAL

IVAN NIVEN

Let $\pi = a/b$, the quotient of positive integers. We define the polynomials

$$f(x) = \frac{x^n(a - bx)^n}{n!},$$

$$F(x) = f(x) - f^{(2)}(x) + f^{(4)}(x) - \cdots + (-1)^n f^{(2n)}(x),$$

the positive integer n being specified later. Since $n!f(x)$ has integral coefficients and terms in x of degree not less than n, $f(x)$ and its derivatives $f^{(j)}(x)$ have integral values for $x = 0$; also for $x = \pi = a/b$

Irrasjonalt?

and

$$(1) \qquad \int_0^\pi f(x) \sin x dx = [F'(x) \sin x - F(x) \cos x]_0^\pi = F(\pi) + F(0).$$

Now $F(\pi) + F(0)$ is an *integer*, since $f^{(j)}(\pi)$ and $f^{(j)}(0)$ are integers. But for $0 < x < \pi$,

$$0 < f(x) \sin x < \frac{\pi^n a^n}{n!},$$

so that the integral in (1) is *positive, but arbitrarily small* for n sufficiently large. Thus (1) is false, and so is our assumption that π is rational.

PURDUE UNIVERSITY

Received by the editors November 26, 1946, and, in revised form, December 20, 1946.

A simple proof that π is rational*

Peter Rowlett

1st April 2013

Abstract

The number pi, written using the symbol π, is a mathematical constant that is the ratio of a circle's circumference to its diameter, and has been claimed since antiquity to be an irrational number, meaning that it cannot be expressed exactly as a ratio of two integers, and that therefore its decimal expansion never ends or settles into a per-

Rasjonalt?

it to be correct. This is a crucial and important revelation that will significantly alter all of mathematics.

1 A formula for π

First we note that

$$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$$

and

$$\tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}.$$

Since x can take any value, consider what happens when $x = \frac{1}{4}$. Then:

$$\int \frac{1}{x^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} dx = 4 \tan^{-1}(1) = \pi. \qquad (1)$$

*Cite this as: Rowlett, P., 2013. A simple proof that π is rational. *Travels in a Mathematical World*, 1st April. Available via: http://travels.aperiodical.com/2013/04/a-simple-proof-that-pi-is-irrational.html

https://math.stackexchange.com/questions/348198/best-fake-proofs-a-m-se-april-fools-day-collection

Referere i matematikk

- Kildehenvisning i teksten
  - [1] eller [Moe22]
  - På slutten av setninger eller avsnitt
  - I teoremer, proposisjoner eller liknende
  - Ikke tradisjon for direkte sitat
- Må tilpasse både notasjon og vanskegrad
  - Ulik notasjon fra ulike kilder
  - Fra generelt til spesielt
- Viktig å presisere opphavsperson
  - Sitering
  - Språklig
  - Andres resultater brukt direkte
  - Andres resultater kombinert
  - Fremheve hva som er ditt eget
  - Hva med allment kjente resultater?
- Regler om fusk ved UiO

- Referanseliste til slutt i teksten
  - Stiler på referanseliste
    - numeric [1] (sorting=true)
    - alphabetic [Moe22]
- Sier mye om oppgaven
  - Sensor er fagekspert!
  - Nivå
  - Hva du bygger på
  - Hvor langt du kommer
- **Bok:**
  - Forfatter, tittel, utgiver og år
- **Artikkel:**
  - Forfatter, tittel, tidsskrift, volum og år
- **Nettside:**
  - Forfatter, tittel, adresse og dato

Referere i matematikk – et eksempel

Kildehenvisning i avsnitt

2.1. **The osculating conic.** For completion, before we move on to the 2-Hessian, we present the osculating conic to a curve at a smooth point, give a formal definition of a sextactic point, and present an example.

For any smooth point p on a curve C of degree $d \geq 3$ there exists a unique osculating curve of degree 2. In the case of inflection points, this curve is the double tangent line. For a smooth point that is not an inflection point, the osculating conic was first presented by Cayley in [Cay59].

Kildehenvisning i teorem

Theorem 2.1 ([Cay59, p. 377]). *Let C be a plane curve of degree $d \geq 3$ given by a polynomial F. If p is a point on C that is neither singular nor an inflection point, then, with $9H^3\Lambda = -3\Omega H + 4\Psi$, the osculating conic O_p to C at p is given by*

$$D^2F_p - \left(\frac{2}{3}\frac{1}{H(p)}DH_p + \Lambda(p)DF_p\right)DF_p = 0.$$

Referanseliste til slutt

REFERENCES

[Cay59] Cayley, A., *On the Conic of Five-Pointic Contact at Any Point of a Plane Curve*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London **149** (1859), 371–400.

Plagiering

Teoremer skrives ordrett av, men må siteres!

Theorem 9.7. *Let F be a reduced curve of degree $n \geq 3$. Let p be the characteristic of K, and assume that either $p = 0$ or $p > n$. Then*

(a) $H_F \equiv 0 \pmod{F}$ *if and only if F is a union of lines.*
(b) *If $H_F \not\equiv 0 \pmod{F}$, then the intersection of F with its Hessian curve consists of the singular points of F and the flexes of F.*
(c) *For every regular point P of F whose tangent line G at P is not a component of F we have*

$$\mu_P(F, G) = \mu_P(F, H_F) + 2.$$

Theorem 4.8. *Let $C = V(F)$ be a curve of degree $n \geq 3$. Let p be the characteristic of k, and assume that either $p = 0$ or $p > n$. Then H_F and H_C have the following properties:*

1. *H_F is a multiple of F if and only if C is a union of lines.*
2. *If H_F is not a multiple of F, then the intersection of C with its Hessian H_C consists of the singular points of C and the flexes of C.*
3. *For every point P of C whose tangent L is not a component of C we have*

$$\mu_P(C, L) = \mu_P(C, H_C) + 2.$$

Plagiering

Eksempler må siteres og være bearbeidet – de må introduseres og forklares og ha et selvstendig formål i din tekst

Dette er klar plagiering!

Example 9.8. If one drops the assumption about the characteristic, then the theorem is no longer true in general. Suppose $\operatorname{Char} K = 3$ and $F := X_0^2 X_2 - X_1^3$. This curve is irreducible, its singularity $\langle 0, 0, 1\rangle$ is the only point at infinity, and one sees easily that $H_F = 0$.

The regular points of F are the points at finite distance. They satisfy the equation $Y = X^3$. Obviously $(0, 0)$ is a flex of F. For an arbitrary point (a, b) of F at finite distance,

$$Y - X^3 = Y - X^3 - (b - a^3) = (Y - b) - (X - a)^3$$

and therefore (a, b) is also a flex of F.

In contrast to this we have the following.

Corollary 9.9. *Under the assumptions of 9.7 let F be irreducible and let s be the number of singularities of F. Then F has at most $3n(n-2) - s$ flexes.*

Example. The assumption about the characteristic of k can not be dropped easily. Suppose $\operatorname{char} k = 3$, and let $F = X_0^2 X_2 - X_1^3$ define the curve C. This curve is irreducible, its only point at infinity is the singularity $(0 : 0 : 1)$, and $H_F = 0$. The regular points are all at finite distance and satisfy $Y = X^3$. Thus we have a proper flex at $(0, 0)$. But even more, any point (a, b) on the curve at finite distance satisfies

$$Y - X^3 = Y - X^3 - (b - a^3) = Y - b - (X - a)^3.$$

Therefore, any regular point is a flex.

Corollary 4.9. *Unter the assumptions of 4.8 let C be irreducible of degree n with s singularities. Then C has at most $3n(n-2) - 2s$ flexes.*

Mer hjelp fra biblioteket

- 100 millioner kroner per år!
- Samling med bøker
- Elektroniske bøker og artikler
- Bestill det du ikke finner

- www.sokogskriv.no
- www.ub.uio.no/matematikk
- LaTeX og BibLaTeX
  - Bruk denne oppgaven til å lære
  - Nye maler!
  - Martins eminente maler (utgått)!

Lykke til!

Karoline Moe
karoline.moe@ub.uio.no

UNIVERSITY
OF OSLO