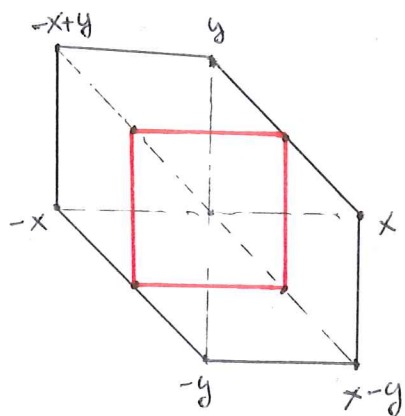


Oppg. 2.4.15

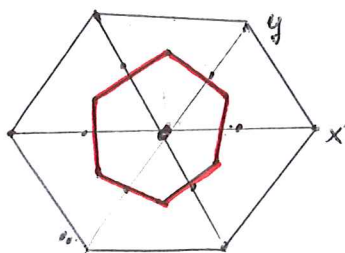
Tegn opp sekskantene med hjørner $x, y, -x+y, -x, -y, x-y$ og dann de seks trekantene som har et hjørne i origo og en kant i sekskantene. Forbind deretter omsentrene i trekantene:

a)



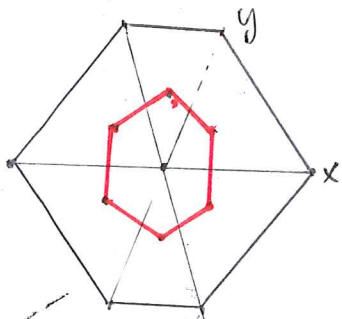
For di vinkelen mellom x og y er $\frac{\pi}{2}$ er trekantene er rettvinklede og omsentrene hamer på hypotenusene. D_6 degenererer derfor til et rektangel. Siden $|x|=|y|$ er rektangelet et kvadrat, som har symmetrigruppe lik D_4 .

b)



Siden $|x|=|y|$ er D_6 en regulær sekskant, som har symmetrigruppe D_6 .

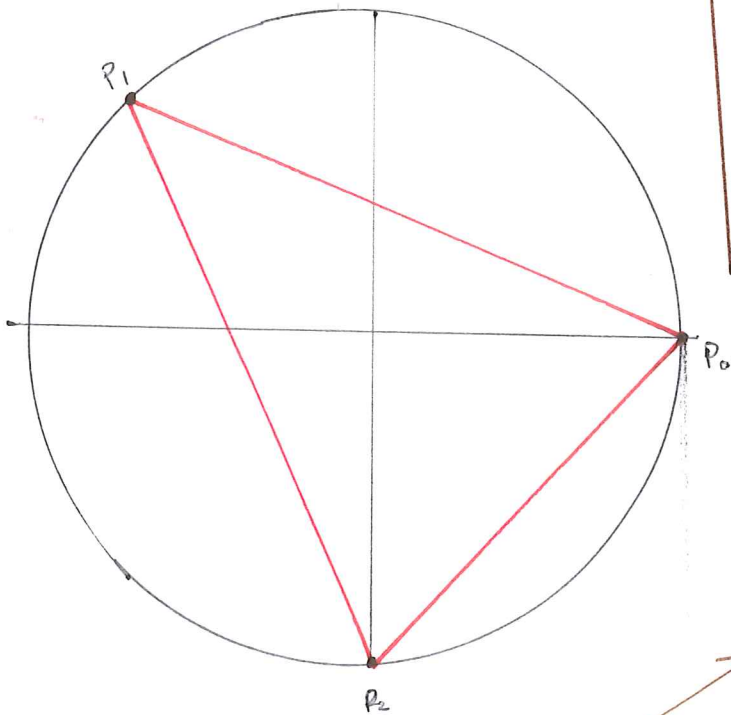
c)



D_6 er en ikke-regulær sekskant der motstående sider er like lange. Symmetrigruppen består av rotesjon med π og speiling om 1.-, og 2.-aksen.

Oppg. 2.4.24

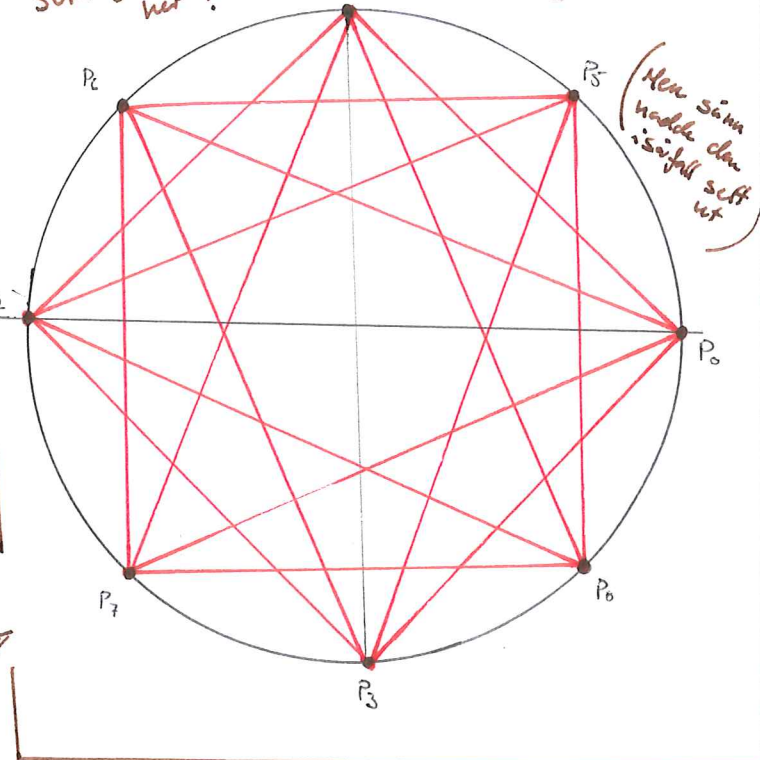
$\left\{\frac{3}{1}\right\}$



Hvorfor må $\gcd(p, d) = 1$
for at dette går bra?
Ser du hva
som går feil
her?

$\left\{\frac{8}{2}\right\} - \gcd(p, d) = 2$

ikke lov



(Men sånn
hadde den
sjått sett ut)

a) Tilsvarende til $\left\{\frac{8}{2}\right\}$

b) • De p hjørnene ligger jevnt fordelt med vinkel $\frac{2\pi}{p}$

• $P_{\frac{2\pi k}{p}}$ for $k=0, \dots, p-1$ er i symmetrigruppen.

• Spætinger som for regulære p -kanter

$\leadsto$ Symmetrigruppen må være D_p .

c) $T_0 = \triangle P_0 O P_1$

$\angle P_0 O P_1 = \frac{2\pi}{p} \cdot d$ (rotasjonsvinkelen)

$$\begin{aligned} \angle P_0 P_1 P_2 &= \pi - \angle P_0 O P_1 \\ &= \pi - \frac{2\pi}{p} \cdot d \\ &= \pi \left(1 - \frac{2d}{p}\right) \end{aligned}$$

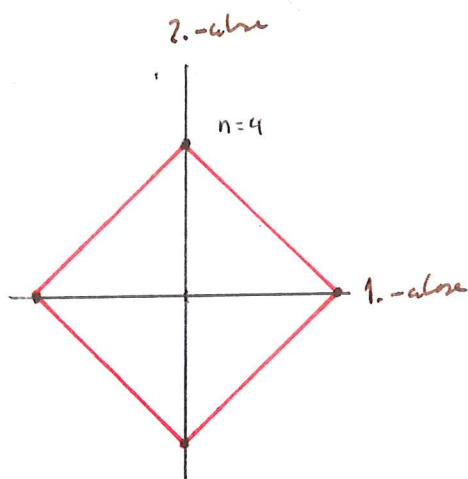
Samme for $T_i, \angle P_i O P_{i+1}, \dots$

Oppg. 2.4.23

Ved oppg. 2.4.5. vet vi at D_n har $2n$ elementer og er generert av $P_{\frac{2\pi}{n}}^k$, $k=0, \dots, n-1$, og en vilkårlig speiling s . Ved å la s være speilingen om 1.-aksen får vi det vi skulle vise.

Alternativt

n partall



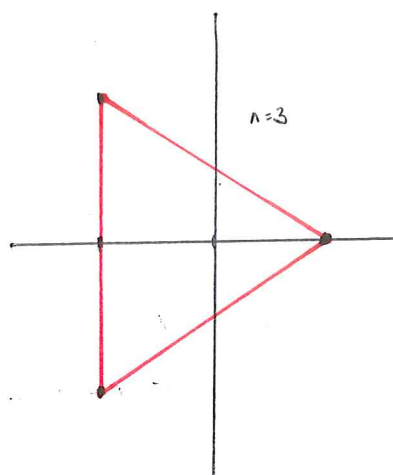
$P_{\frac{2\pi}{n}}$ genererer rotasjonene

$P_{\frac{2\pi}{n}}^k$ for $k=0, \dots, n-1$.

s er en symmetri fordi det er like mange hjørner jevnt fordelt over 1.-aksen.
og under

Da er også $P_{\frac{2\pi}{n}}^k s$ også symmetrier.

n oddetall

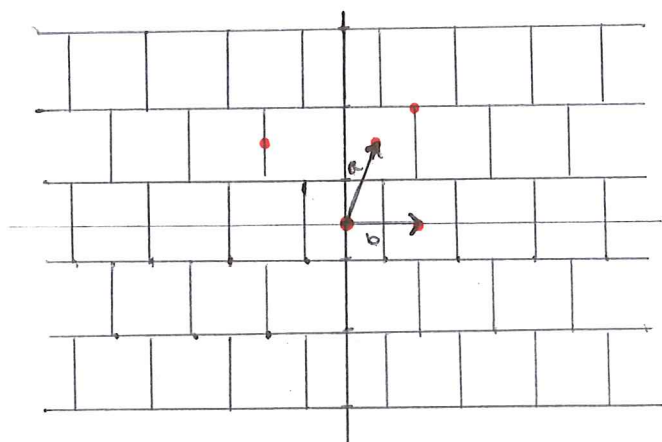


$P_{\frac{2\pi}{n}}^k$, $k=0, \dots, n-1$.

s er en symmetri som tar hjørner i øvre halvplan til hjørner i nedre halvplan.

$P_{\frac{2\pi}{n}}^k s$, $k=0, \dots, n-1$.

Oppg. 2.4.25



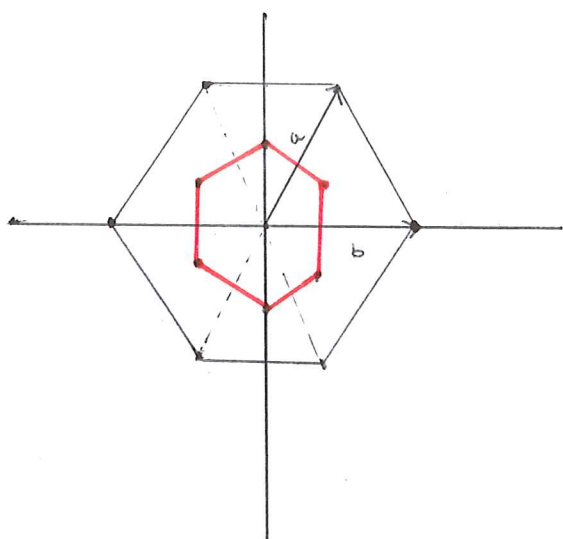
$$a = (1, 2) \quad (2k+1, 4l+2)$$

$$b = (2, 0) \quad (2k, 2l)$$

a) a og b genererer alle translasjonene av mønstret.

$$M_G = \{m(2,0) + n(1,2) \mid m, n \in \mathbb{Z}\}.$$

b)



→ En ikke regulær sekskant.
Se 2.4.15 c).

c) Rotasjoner: • $P_{\pi, s}$, med s sentrum i kvadrant
• P_{π, s_v} , med sentrum i vertikal kant

Speilinger: • Alle horisontale og vertikale linjer gjennom sentrene av kvadratene.

• Alle vertikale kanter

Glide-speilinger: • Speiling om horisontale kanter translert med $(1,0)$ eller $(2m+1,0)$ for $m \in \mathbb{Z}$.