

- a) Vis at relasjonen $l \sim_P l'$ hvis l er parallell med l' er en ekvivalensrelasjon på P .
- b) Vis at relasjonen $q \sim_S q'$ hvis q og q' er antipodale, er en ekvivalensrelasjon på S .
- c) La $\mathcal{P}$ være mengden av ekvivalensklasser for $\sim_P$ og la $\mathcal{S}$ være mengden av ekvivalensklasser for $\sim_S$. Vis at det er en 1-1 korrespondanse (en bijektiv funksjon) mellom $\mathcal{P}$ og $\mathcal{S}$.

10. La P være kubens innhylling av de 8 punktene

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1), \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, -1), \frac{1}{\sqrt{3}}(1, -1, 1), \frac{1}{\sqrt{3}}(1, -1, -1), \frac{1}{\sqrt{3}}(-1, 1, 1), \frac{1}{\sqrt{3}}(-1, 1, -1), \\ \frac{1}{\sqrt{3}}(-1, -1, 1), \frac{1}{\sqrt{3}}(-1, -1, -1).$$

La G være dens rotasjonsgruppe.

- a) Finn polmengden $\mathcal{P} = \{p : p \text{ en pol for en } g \in G, g \neq id\}$ til G . (For å sjekke at du har alle bruk $|\mathcal{P}| = 26$.) Finn elementene i de tre banene i $\mathcal{P}$ med hensyn til virkningen av G på $\mathcal{P}$.
- b) Finn hjørnene til oktaederet $P^\vee$ som er dual polyederet til P og verifiser at G også er rotasjonsgruppen til $P^\vee$.

3.6.1 Tidligere eksamensoppgaver

E1. Eksamen H14 - Oppgave 1

Det konvekse polyederet P har 8 sideflater, 4 sekskanter og 4 trekanter.

- a) Hvor mange kanter har P ? Hvor mange hjørner har P ? Forklar hvordan du kommer fram til svarene.
- b) Vis at det må være akkurat tre sideflater inn til hvert hjørne i P .
- c) Et eksempel på et slik polyeder P kan en få ved å skjære av hjørnene til et bestemt platonsk legeme. Forklar hvilket platonsk legeme dette er, og hvordan hjørnene må skjæres av.

E2. Eksamen H18 - Oppgave 2

La E^3 være det Euklidske rom med koordinater x, y, z . La T være trekanten i xy -planet med hjørner $(1, 0, 0)$, $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$ og $(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$. For $a > 0$ la $p_a = (0, 0, a)$ og $q_a = (0, 0, -a)$. La P_a være polyederet som er den konvekse innhyllingen av p_a , q_a og hjørnene i T .

- a) Bestemt a slik at P_a er begrenset av kongruente likesidete trekanter. La P betyne denne P_a . Forklar hvorfor P ikke er et regulært polyeder.

- b) Beskriv rotasjonsgruppen til P , dvs alle rotasjoner i E^3 som tar P på P . Denne gruppen er isomorf med symmetrigruppen til en plan figur. Hvilken figur er det?

E3. Eksamen H19 - Oppgave 5

Dette er eksempel 3.8.

E4. Eksamen H20 - Oppgave 2

La E^3 være det Euklidske tre-rommet med koordinater (x, y, z) . En *rett dobbel pyramide* kan lages ved å begynne med en regulær n -kant F i xy -planet som har origo som senter. La nå $v_1 = (0, 0, a)$ og $v_2 = (0, 0, -a)$ være to punkter på z -aksen på hver sin side av F . Polyederet P som er den konvekse innhyllingen av hjørnene i F , v_1 og v_2 er en rett dobbel pyramide.

- a) For hvilken verdi av n er det mulig å finne a slik at P er et regulært polyeder? Begrunn svaret.
- b) For $n = 3$ beskriv rotasjonsgruppen til P , dvs. mengden av alle rotasjoner ρ av E^3 med $\rho(P) = P$.

E1 Eksamen H2014, oppg 1

- a) Hver kant går mellom to hjørner. Det gir at antall
kantar er $\frac{4 \times 6 + 3 \times 4}{2} = 18$.

Ved eulers formel får vi at

$$V - e + f = V - 18 + 8 = 2$$

$$\Rightarrow V = 12.$$

Antallet hjørner i P er lik 12.

- b) Hvis det i et hjørne er a_i -sidedeget, så er
- $$2 \cdot 18 = \sum_{i=1}^{12} a_i.$$

Det gir $a_i = 3$ for alle a_i .

- c) Kutt hjørnene i et tetraeder slik at hver kant deles i 3,
så får vi et polyeder med 4 nye tetraeder, mens de
4 gamle tetraedene blir delskåret.

E2, Eksamen H18, Oppg 2

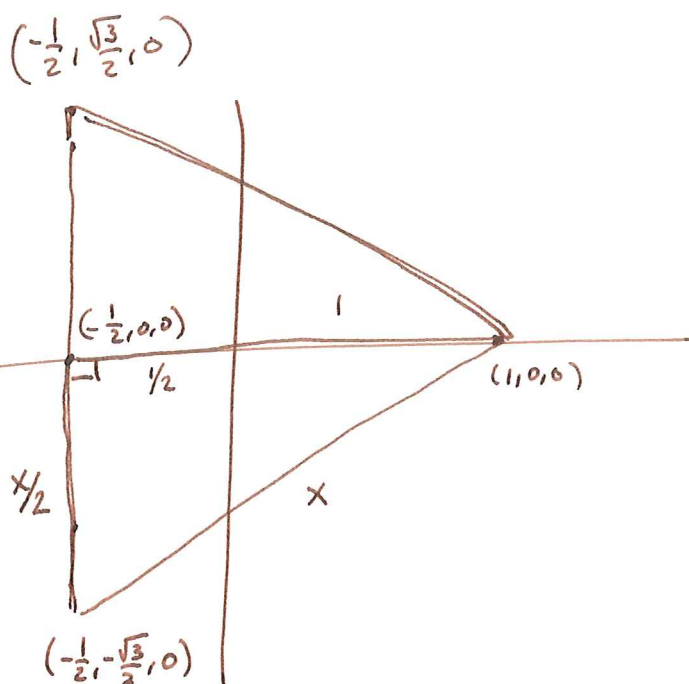
a) Gjør likning

$$(1 + \frac{1}{2})^2 + (\frac{x}{2})^2 = x^2$$

$$(\frac{3}{2})^2 = \frac{3}{4}x^2$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

Side lengdene på trekanten er $\sqrt{3}$.

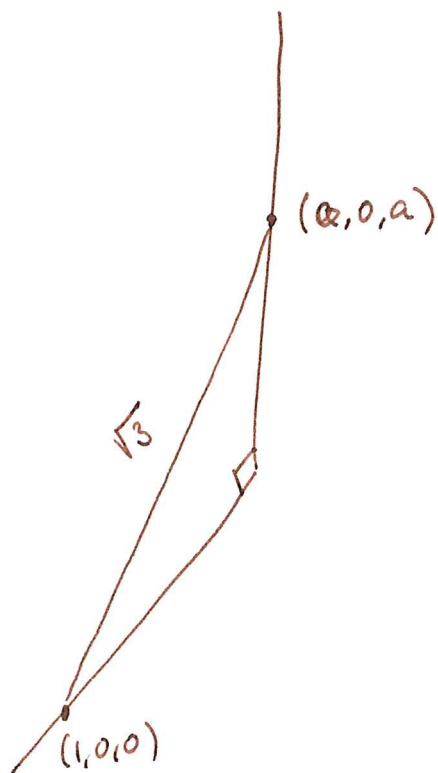


a må oppfylle likheten

$$1^2 + a^2 = (\sqrt{3})^2$$

$$\Rightarrow a = \pm\sqrt{2}$$

P_a er ikke et regulært polyeder fordi forskjellige antall kanter møtes i hjørnene (3 vs. 4).



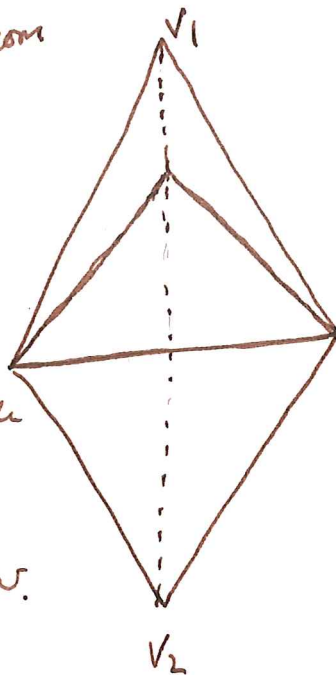
b) Se oppg E4b):

E4, Eksamen H20 oppg 2

- a) Her er det kun mulig med $n=4$ fordi det i et regulært polyeder må møtes like mange ~~hjørner~~ kantesider i hvert hjørne. I V_1 og V_2 møtes n kantar, mens i et annet hjørne kan møtes 4 kantar.
- b). $n=3$: Dobbel pyramide på en regulær trekant.

- Rotasjon om linjen gjennom V_1 og V_2 med vinkel $2\pi/3$ og $4\pi/3$

- Rotasjon med linjen gjennom hjørne og midtpunktet på motsatte kant med vinkel π .



→ Tilsammen 6 rotasjoner.

Gruppen er D_6^3 , der de med vinkel π svarer til speilingen i D_3 .