

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MAT2500 — Geometri
Eksamensdag: Torsdag 30. november 2023
Tid for eksamen: 09.00 – 13.00
Oppgavesettet er på 2 sider.
Vedlegg: Ingen
Tillatte hjelpemidler: Ingen hjelpemidler tillatt

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

OPPGAVE 1 En likebeint trekant $\triangle ABC$ er $AC = CB = 5$ og $AB = 4$. Punktet D ligger på linja AB , mellom A og B og slik at $AD = 3$. Punktet E ligger på BC , utenfor B , med $BE = 1$. Til slutt ligger F på linja AC slik at A er midtpunktet på FC . Vis at linjene CD , FB og AE er konkurrente (møtes i et felles punkt).

OPPGAVE 2

- a) Et konvekst polyeder P har 24 hjørner og 60 kanter. Hvor mange flater har polyederet?
- b) Polyederet har samme hjørnekonfigurasjon i alle hjørner og polyederet er satt sammen av 3-kanter og 4-kanter. Hvor mange 3-kanter og 4-kanter møtes i hvert hjørne?

OPPGAVE 3

- a) En isometri $m : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ er gitt som komposisjonen $m = R \circ \rho$ av en rotasjon ρ og en refleksjon R . Rotasjonen har sentrum i $(1, 0)$ og rotasjonsvinkel π og refleksjonen har refleksjonsakse $x = \frac{3}{2}$. Hva slags isometri er m ? Begrunn svaret.
- b) En isometri $n : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ er bestemt ved

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Hva blir $n\left(\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}\right)$?

OPPGAVE 4

- a) La $P = (1 : 0 : 1)$ og $Q_t = (t : 1 : 1)$ for et valg av parameteren $t \in \mathbb{R}$ være to punkter i det projektive planet $\mathbb{P}^2$. Bestem linja gjennom de to punktene.

(Fortsettes på side 2.)

- b) Et kjeglesnitt i $\mathbb{P}^2$ er gitt ved likningen $x_0x_1 - x_2^2 = 0$. For hvert valg av parameteren t beskriver likningen $x_0 + (1-t)x_1 - x_2 = 0$ en linje ℓ_t i $\mathbb{P}^2$. For hvilke t vil linja ℓ_t snitte kjeglesnittet i nøyaktig ett punkt?
- c) La $t = 3$. Da vil ℓ_3 snitte kjeglesnittet i to punkter, S og T hvor T ligger mellom P og Q_3 . Regn ut kryssforholdet $(P, Q; S, T)$.

OPPGAVE 5

- a) Et kjeglesnitt i planet er gitt ved likningen $4(x^2 + y^2) = 16x^2 - 24x + 9$. Hva slags kjeglesnitt?
- b) Enhetssirkelen S^1 er gitt ved $x^2 + y^2 = 1$, og punktet $Q = (2, 0)$. Bestem det geometriske stedet for alle punkter som har samme avstand til Q som til sirkelen S^1 . (Avstanden til sirkelen er avstanden fra punktet til det nærmeste punktet på sirkelen.)