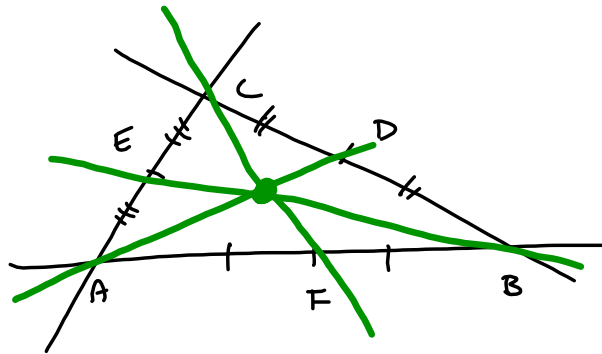


MAT 2500 06.09.2023

FELLEØVELSE

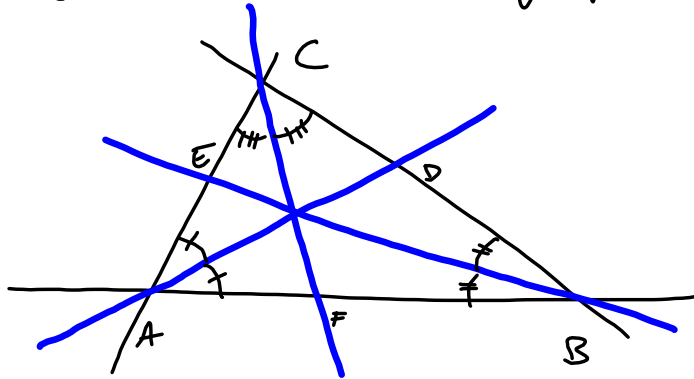
4.4.9

b)



- AD , BE og CF er Cevalinjer for $\triangle ABC$.
- D , E og F er midtpunkt på respektive sider. $AF = FB$ osv.
- $\frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1$
- $\forall$ Cevians setning er linjene konkurrente

c) Skal vise: vinklenes halveringslinjer er konkurrente:



- AD , BE og CF er vinkelhalveringslinjer og Cevalinjer
- $\forall$ setning om halveringslinjer (4.8)

$$\frac{AF}{FB} = \frac{AC}{CB} \quad \frac{BD}{DC} = \frac{BA}{AC} \quad \frac{CE}{EA} = \frac{CB}{BA}$$

$$\frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = \frac{AC}{CB} \cdot \frac{BA}{AC} \cdot \frac{CB}{BA} = 1$$

- $\forall$ Cevians setning er linjene konkurrente.

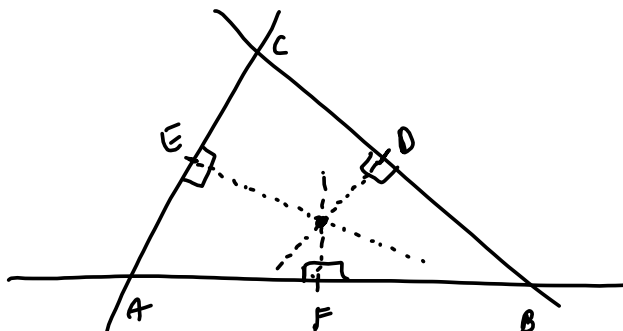
a)

MÅ FØRST VISE ET NYTT HINT

d)

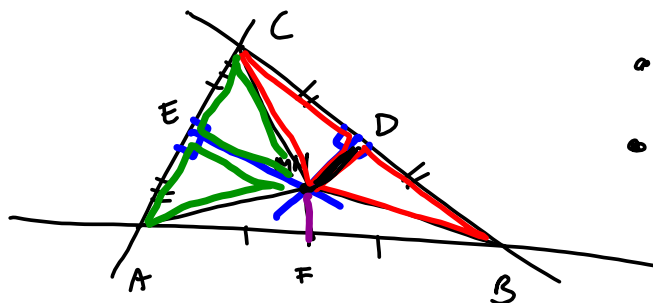
HINT:

Skal vise at midtnormalene i en trekant er konvergente



Ikke Gyalinger!!

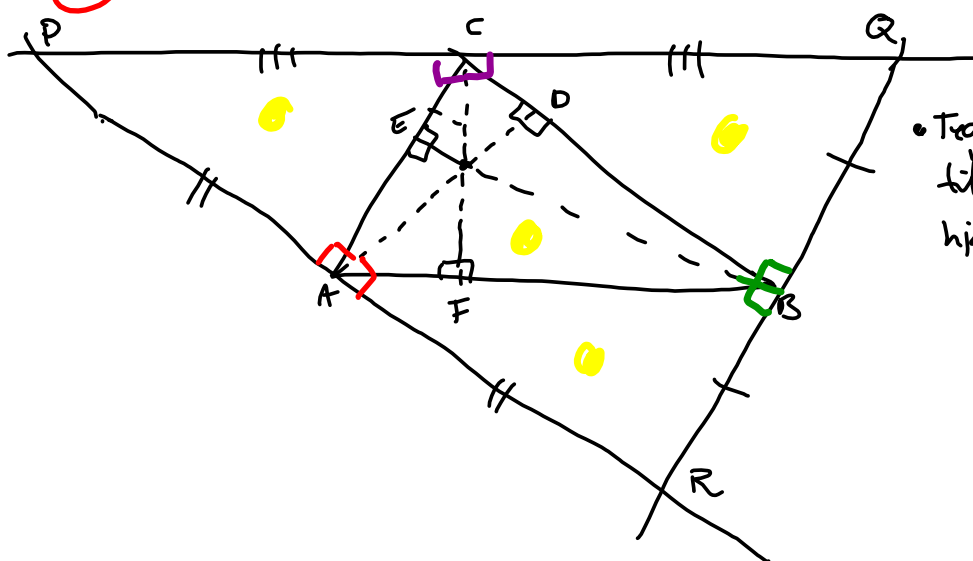
M er omsenter!

• La $M = l_D \cap l_E$ • Vi vise at $l_{MF} \perp l_{AB}$

- Siden D, E, F er midtpunkter, er $AF = FB$ osv.
- $\triangle CND$ og $\triangle BMD$ er kongruente v/ SVS (side-vinkel-side)
- $\triangle AME$ og $\triangle CME$ —
- Da er $CM = MB = AM$
- Trekker linja l_{MF}
- Da er $\triangle AFM$ og $\triangle BFM$ kongruente v/ SSS
- Spesielt er $\angle AFM = \angle BFM = 90^\circ$,
så l_{MF} er midtnormalen på AB.

a)

Shal vise at høydene i en trekant er konkurrente

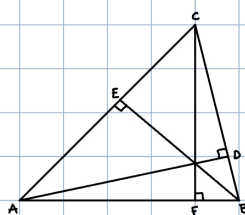


• Tegner paralleller til sidene gjennom hjørnene

- $AD \perp BC$ og $BC \parallel RQ$ gir $AD \perp RQ$ osv.
- Siden $AC \parallel RQ$ og $BC \parallel RQ$, så er $\triangle ABC$ og $\triangle RQB$ kongruente og $\triangle QCB$ og $\triangle RPA$
- Der AD, BE, CF midtnormaler i $\triangle PQR$
- $\therefore$ disse linjene konkurrente.

Mye enklere alternativ fra Benedicte!

a)

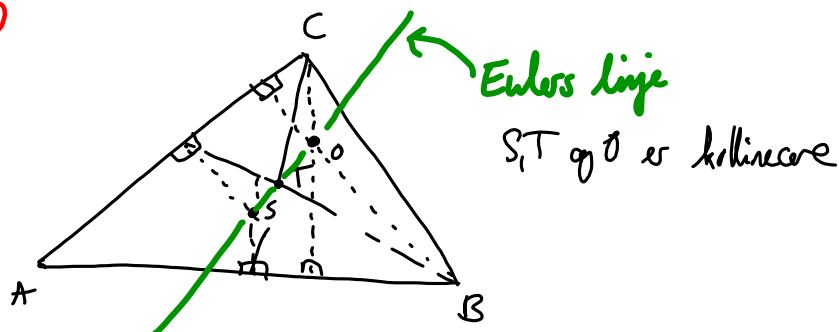


$$\begin{aligned} \triangle ABE &\sim \triangle ACF \\ \triangle BFC &\sim \triangle BDA \\ \triangle CAD &\sim \triangle CBE \end{aligned}$$

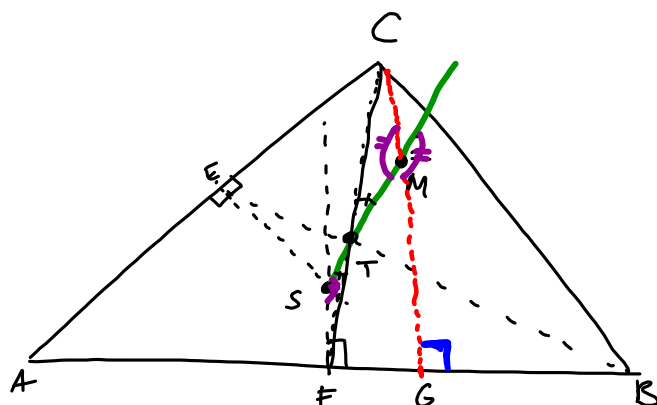
$$\begin{aligned} \frac{AB}{BC} &= \frac{BD}{FB} \\ \frac{BC}{AC} &= \frac{CE}{DC} \\ \frac{AC}{AB} &= \frac{AF}{EA} \end{aligned}$$

$$\frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} \cdot \frac{AF}{FB} = \frac{BD}{FB} \cdot \frac{CE}{DC} \cdot \frac{AF}{EA} = \frac{AD}{BC} \cdot \frac{BC}{AC} \cdot \frac{AC}{AB} = 1$$

4.4.10

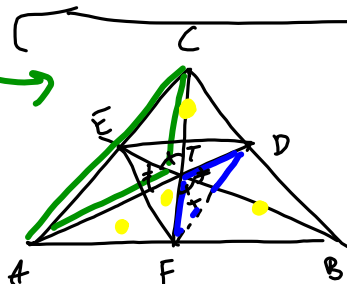


- du v/ 4.4.9
- $\left\{ \begin{array}{l} S - \text{der midtnormalene skjærer (rnsenter)} \\ T - \text{der medianene skjærer (tyngdepkt)} \\ O - \text{der høyden skjærer} \end{array} \right.$



Viser etter

- Setter av S og T og trekker l_{ST}
- Setter av M på l_{ST} s.a. $ST = \frac{1}{2} TM$
- PÅSTAND: $FT = \frac{1}{2} CT$
- $\triangle STF$ er forenklet $\triangle MTC$
- Fortsatt l_{CM} til AB og sett $G = l_{CM} \cap l_{AB}$
- Så $l_{CM} \perp l_{AB}$ siden $l_{ST} \perp l_{AB}$
Med at M på høyden fra C
- Kan vise at M er på høyden fra B også
- V/ 4.4.9 er M på alle tre høydene, så $M = O$.
- Per konstruksjon er S, T og O kollinear.

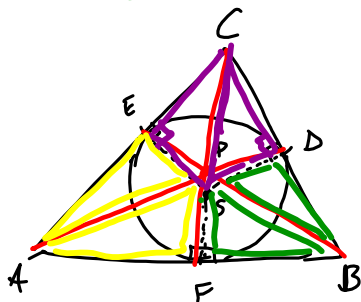
Skal vise at $FT = \frac{1}{2} CT$

$$\frac{FD}{AC} = \frac{1}{2}$$

$\triangle FTD$ er forenklet $\triangle CTA$
i forholdet 1:2

$$\text{Så } \frac{FT}{TC} = \frac{1}{2}.$$

E4H17 - 2



$\triangle ABC$
 $\mathcal{C}$ innskrevet sirkel S , sentrum
 Tangenspunkt D, E, F

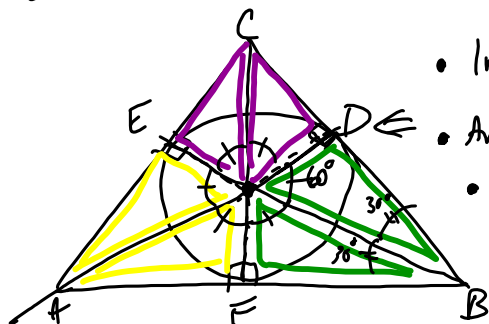
Skal vise: $l_{AD} \cap l_{BE} \cap l_{CF} = P$

- OBS: l_{AD} , l_{BE} og l_{CF} er Cevalinjær
- Siden S er sentrum i innskrevet sirkel, er
 $SF = SD = SE$
- $\triangle CES$ og $\triangle CDS$ er kongruente ved SSV, (CS er felles og
 lengste side)

$$\frac{AF}{FS} \cdot \frac{BD}{DS} \cdot \frac{CE}{ES} = 1$$

- $\forall$ Cevals setning er l_{AD} , l_{BE} , l_{CF} konvergente

⑥ For hvilke trekanter er $P = S$?



- Intuisjon sier likesidet!

• Anta $P = S$

- Fra ② har vi $\angle CSE = \angle CSD$
- siden $P = S \in l_{CF} \cap l_{AD} \cap l_{BE}$
 må som toppvinkler
 $\angle ASF = \angle BSF = \angle CSE$
 og $\forall \text{ ② } \angle ASE = \angle BSD$

- Alle vinklene rundt S er like, dvs $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$
- Da må $\angle DBS = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ osv.
- $\angle A$, $\angle B$ og $\angle C$ er 60° og trekanten er likesidet!

$\Rightarrow$ • Når $\triangle ABC$ er likesidet, må $P = S$.

Vi lager P og S ved å
 dele opp trekanten i 6
 seks kongruente.

