

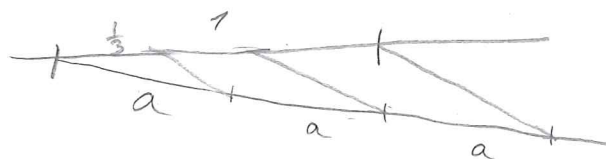
Konstruktion med passer og linjal

Passer: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

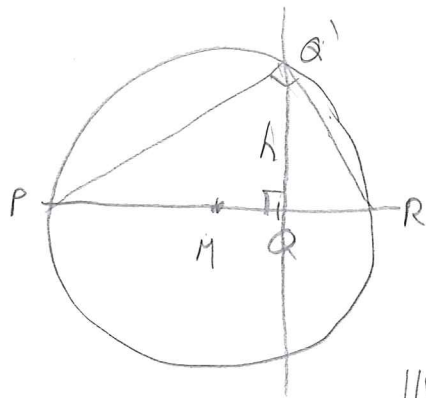
Linjal: $y-b = \frac{b-b_0}{a-a_0}(x-a)$

$\Rightarrow$ Alle konstruerbare længder (q. 1) er enten rasjonale eller kvadratiske utværdelser

Forhold:



Kvadratroten:



$$\|PQ\| = p$$

$$\|QR\| = q$$

$$\|PQ'\|^2 + \|Q'R\|^2 = (p+q)^2$$

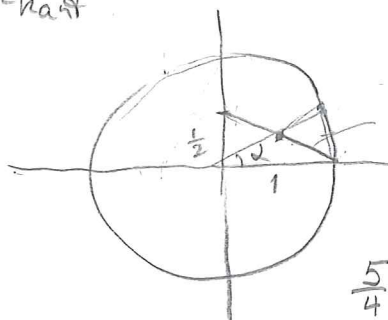
$$\|PQ'\|^2 = h^2 + p^2$$

$$\|Q'R\|^2 = h^2 + q^2$$

$$\Rightarrow h^2 + p^2 + h^2 + q^2 = (p+q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$$

$$\Rightarrow 2h^2 = 2pq \Rightarrow h = \sqrt{pq}$$

Konstruere 5-kant



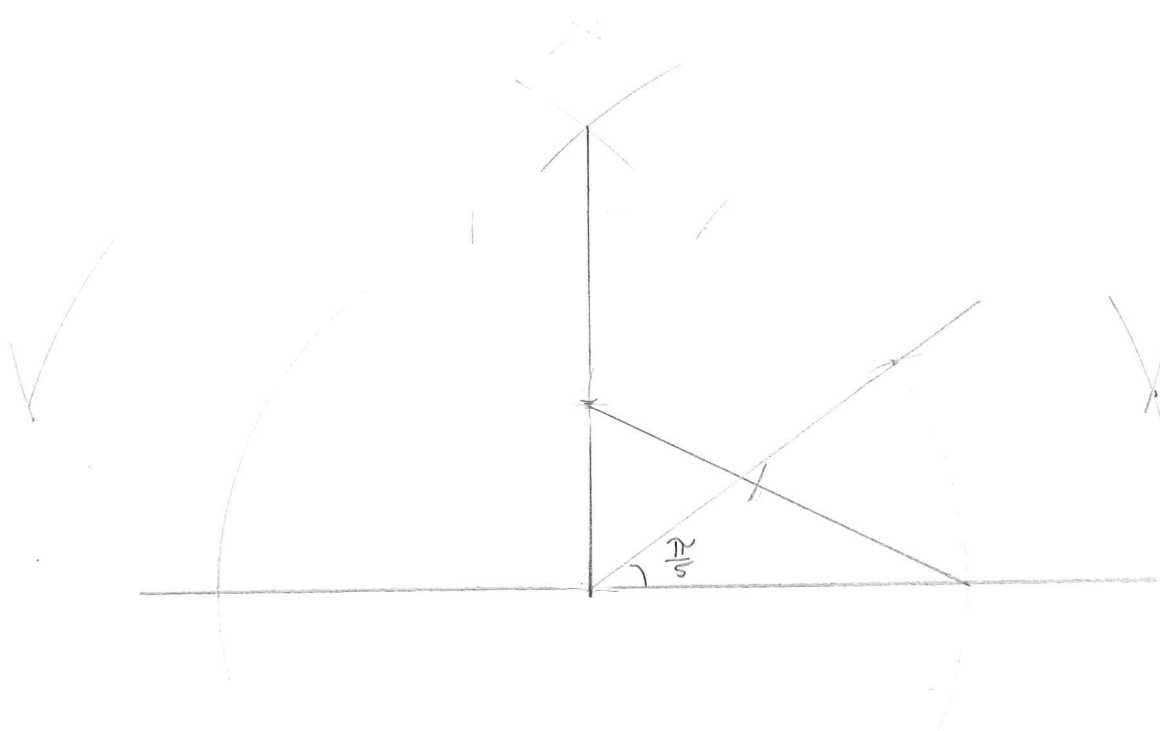
$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2 &= (\cos \alpha - 1)^2 + \sin^2 \alpha \\ &= \cos^2 \alpha - 2\cos \alpha + 1 + \sin^2 \alpha \\ &= 2 - 2\cos \alpha \end{aligned}$$

$$\frac{5}{4} - \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{4} = 2 - 2\cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \left(-2 + \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \right) = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

cos

$$\alpha = \frac{2\pi}{10}$$



$$\begin{array}{ccc} \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) & = & \cos\left(2\pi - \frac{4\pi}{5}\right) = \cos\left(\frac{6\pi}{5}\right) \\ \parallel & & \parallel \\ 2\cos^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) - 1 & & 4\cos^3\left(\frac{2\pi}{5}\right) - 3\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) \end{array}$$

Løse $2x^2 - 1 = 4x^3 - 3x$

eller $4x^3 - 2x^2 - 3x + 1 = 0$ $x \neq 1$ kosinus

del med $x-1$ $4x^2 + 2x - 1 = 0$

abc-formel $x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 16}}{8} = \frac{\sqrt{20} - 2}{8} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$

$$2\left(\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right)^2 - 1 = \frac{5 + 2\sqrt{5} + 1}{8} - 1 = \frac{6 + 2\sqrt{5} - 8}{8} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$

$$4x^2 + 2x - 1 = 0$$

A1: Nøgalting en linje gjennom to punkte

A2: Alle linjer inneholder minst to punkte

A3: Finnes tre punkter ikke på linje

Playfair: Gitt linje l og $P \notin l$, da $\exists! l'$, $P \in l'$, $l \cap l' = \emptyset$

Prosjektiv: P2: Snittet av to linjer inneholder nøyaktig ett punkt

P3: $\exists$ fire punkte, hvor ingen 3 av dem ligger på linje

Hilbert: To punkte definerer max en linje

Regulærhet: Like mange punkte på hver linje

Hvert punkt ligger på like mange linjer

Orden til $G \subset \text{Isom}_2$, diskret er 1, 2, 3, 4, eller 6.

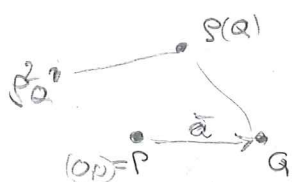
Grid til G : M

d : minste avstand mellom gridpunkte, $d(P, Q) = d$



$\theta < \frac{\pi}{3} \Rightarrow d(S_P(Q), Q) < d$ motsigelse

$$\theta = \frac{2\pi}{5}$$



$Q: \bar{a}$ gridpunkt

$S^2(Q): S^2(\bar{a})$ — — —

$$\Rightarrow Q + S^2 Q = \bar{a} + S^2(\bar{a})$$

gridpunkt

Men $d(\bar{a} + S^2 \bar{a}, S(\bar{a})) < \|\bar{a}\|$ motsigelse