

Platoniske legemer

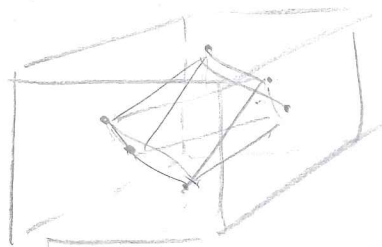
Regulære polyedre:

- Alle sideflater er like (p-kanter)
- Alle hjørnekonfigurasjoner er like (q flater møtes)

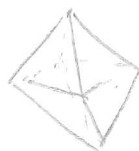
Schläfli-symbol $\{p, q\}$

Duale til et regulært polyeder: $\{q, p\}$

Konvekse innkrylling av midtpunktene på hver flate



Kube



Oktaeder

Det finnes kun 5 regulære konvekse polyedre
(Platoniske legemer)

Bevis

v : antall hjørner e : antall kanter f : antall flater

$$e = \frac{1}{2} v \cdot q \quad e = \frac{1}{2} f \cdot p \Rightarrow \frac{1}{2} f p = \frac{1}{2} v q$$

$$\begin{aligned} v - e + f &= v - \frac{1}{2} v q + v \frac{q}{p} \\ &= v \left(1 - \frac{1}{2} q + \frac{q}{p} \right) = 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow v = \frac{2}{1 - \frac{1}{2} q + \frac{q}{p}} = \frac{4p}{2p + 2q - pq} > 0$$

$$\Rightarrow 2p + 2q - pq = 2 - (2-p)(2-q) > 0$$

$$\Rightarrow (2-p)(2-q) < 4$$