

Oppgave i matematikk – MAT2500

Øvelse i å tilegne seg matematiske ideer

- Starter med et resultat eller et tema
- Må finne litteratur
- Kanskje første gang dere leser matematikk utenfor læreboka

Øvelse i å presentere matematiske ideer

- Kjent stoff skal presenteres med dine ord og det du velger å fremheve!
- Første gang dere skal formidle matematikk gjennom en tekst
- Sjanger: «Oversiktsartikkel»
- Bruke kilder og referere

Prosjektarbeid

Modell for et prosjektarbeid

- Nok historisk og matematisk bakgrunn og notasjon til at leseren kan forstå hvorfor resultatet er interessant og hva resultatet sier
- Presentere resultatet – husk å sitere!
- Eventuelt presentere et bevis skrevet med dine ord – husk å sitere!
- Eksempler på bruk av resultatet – i dine egne ord og med dine egne motiverende innledninger og overganger
- Avslutning der du oppsummerer, forteller om poenget og setter temaet inn i en større sammenheng
- Referanseliste

A wide-angle photograph of a library's interior, showing multiple rows of tall wooden bookshelves. The shelves are densely packed with books of various colors and sizes. The perspective is from a low angle, looking down the aisles. The lighting is even, highlighting the texture of the wood and the spines of the books.

Finne litteratur og bruk av kilder

Finne litteratur

Emne
Spesifikk kilde

Realfagsbiblioteket i VB

- Studentkort = Lånekort
- Bøkene står oppstilt etter emne
- Mattesamling
 - Langveggen bak inngangsdøra
 - Geometri: 14, 50 & 53
- Boksamling
 - Geometri: 516
- Laveregradssamling
 - Geometri: 516
 - Populærmatematikk: 510 & 511
- Samling 42*
 - Fortløpende nummerering
 - Let i hylla eller online

Online

- Universitetsbiblioteket
 - www.ub.uio.no/matematikk
 - app.uio.no/ub/emnesok/realvagstermer/
- Generelle nettsider
 - Wolfram Mathworld
 - Wikipedia
 - Sider fra universiteter: .edu
- Google scholar
 - Spesifikke søkeord i matematikk
 - Alternative fakta i matematikk
- Matematikkdatabaser
 - MathSciNet
 - www.ams.org/mathscinet/
 - zbMATH Open
 - zbmath.org/





Bruk av kilder

- Finn resultatet du skal skrive om
 - Kan du finne originalkilden?
- Finn flere kilder om temaet
 - Bok, artikkel, nettside
 - Nøkkelord
 - Let i referanselister
 - Let i litteratur som siterer en kilde du bruker
- Kritisk lesing
- Referere – kildehenvisning og referanseliste
- Plagiering

A SIMPLE PROOF THAT π IS IRRATIONAL

IVAN NIVEN

Let $\pi = a/b$, the quotient of positive integers. We define the polynomials

$$f(x) = \frac{x^n(a - bx)^n}{n!},$$

$$F(x) = f(x) - f^{(2)}(x) + f^{(4)}(x) - \cdots + (-1)^n f^{(2n)}(x),$$

the positive integer n being specified later. Since $n!f(x)$ has integral coefficients and terms in x of degree not less than n , $f(x)$ and its derivatives $f^{(j)}(x)$ have integral values for $x=0$; also for $x=\pi=a/b$

Irrasjonalt?

and

$$(1) \quad \int_0^\pi f(x) \sin x dx = [F'(x) \sin x - F(x) \cos x]_0^\pi = F(\pi) + F(0).$$

Now $F(\pi) + F(0)$ is an *integer*, since $f^{(j)}(\pi)$ and $f^{(j)}(0)$ are integers. But for $0 < x < \pi$,

$$0 < f(x) \sin x < \frac{\pi^n a^n}{n!},$$

so that the integral in (1) is *positive, but arbitrarily small* for n sufficiently large. Thus (1) is false, and so is our assumption that π is rational.

PURDUE UNIVERSITY

Received by the editors November 26, 1946, and, in revised form, December 20,

1946,
UNIVERSITY
OF OSLO

A simple proof that π is rational*

Peter Rowlett

1st April 2013

Abstract

The number pi, written using the symbol π , is a mathematical constant that is the ratio of a circle's circumference to its diameter, and has been claimed since antiquity to be an irrational number, meaning that it cannot be expressed exactly as a ratio of two integers, and that therefore its decimal expansion never ends or settles into a permanent repeating pattern. Here a proof is given that π can indeed be

Rasjonalt?

it to be correct. This is a crucial and important revelation that will significantly alter all of mathematics.

1 A formula for π

First we note that

$$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \left(\frac{x}{a} \right)$$

and

$$\tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}.$$

Since x can take any value, consider what happens when $x = \frac{1}{4}$. Then:

$$\int \frac{1}{x^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} dx = 4 \tan^{-1}(1) = \pi. \quad (1)$$

*Cite this as: Rowlett, P., 2013. A simple proof that π is rational. *Travels in a Mathematical World*, 1st April. Available via: <http://travels.aperiodical.com/2013/04/a-simple-proof-that-pi-is-irrational.html>

Referere i matematikk

- Kildehenvisning i teksten
 - [1] eller [Moe22]
 - På slutten av setninger eller avsnitt
 - I teoremer, proposisjoner eller liknende
 - Ikke tradisjon for direkte sitat
- Må tilpasse både notasjon og vanskegrad
 - Ulik notasjon fra ulike kilder
 - Fra generelt til spesielt
- Viktig å presisere opphavsperson
 - Sitering
 - Språklig
 - Andres resultater brukt direkte
 - Andres resultater kombinert
 - Fremheve hva som er ditt eget
 - Hva med allment kjente resultater?
- Regler om fusk ved UiO
- Referanseliste til slutt i teksten
 - Stiler på referanseliste
 - numeric [1] (ev. sorting=true)
 - alphabetic [Moe22]
- Sier mye om oppgaven
 - Sensor er fagekspert!
 - Nivå
 - Hva du bygger på
 - Hvor langt du kommer
- **Bok:**
 - Forfatter, tittel, utgiver og år
- **Artikkel:**
 - Forfatter, tittel, tidsskrift, volum og år
- **Nettside:**
 - Forfatter, tittel, adresse og dato

Referere i matematikk – et eksempel

Kildehenvisning i avsnitt

In [5] Cayley presents a curve with similar properties: a curve of degree $12d - 27$ that intersects C in its sextactic points, higher order inflection points, and its singular points. The first main result of this article is a correction of Cayley's defining polynomial for such a curve, referred to as the *2-Hessian* to C . See Section 2 for notation.

Curves with only cusp singularities, *cuspidal curves*, have been thoroughly studied the last 25 years, see [20], [21] for an overview. The research has been motivated by both classification problems and the connections such curves have to problems in the theory of open surfaces. We mention briefly the recently proved Coolidge-Nagata conjecture [15], the Orevkov-Piontkowski conjecture [14], and the still unresolved Flenner-Zaidenberg rigidity conjecture.

Kildehenvisning i teorem og presist

An incorrect defining polynomial of the 2-Hessian to a curve C is given by Cayley in [5, p. 556]:

$$(12d^2 - 54d + 57)H \operatorname{Jac}(F, H, \Omega_{\bar{H}}) \\ + (d - 2)(12d - 27)H \operatorname{Jac}(F, H, \Omega_{\bar{F}}) \\ - 40(d - 2)^2 \operatorname{Jac}(F, H, \Psi).$$

Theorem 2.1 ([Cay59, p. 377]). *Let C be a plane curve of degree $d \geq 3$ given by a polynomial F . If p is a point on C that is neither singular nor an inflection point, then, with $9H^3\Lambda = -3\Omega H + 4\Psi$, the osculating conic O_p to C at p is given by*

$$D^2F_p - \left(\frac{2}{3} \frac{1}{H(p)} DH_p + \Lambda(p) DF_p \right) DF_p = 0.$$

Referanseliste til slutt

REFERENCES

5. Cayley, A., *On the sextactic points of a plane curve*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London 155 (1865), 545–578.

REFERENCES

- [Cay59] Cayley, A., *On the Conic of Five-Pointic Contact at Any Point of a Plane Curve*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London 149 (1859), 371–400.

REMARK 4. The mistake is neither corrected in the version of the paper [5] published in *The collected mathematical papers* of Arthur Cayley [6, p. 221], nor in later works that cite the result, see [8, p. 226] and [26, p. 372].

- 5. Cayley, A., *On the sextactic points of a plane curve*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London 155 (1865), 545–578.
- 6. Cayley, A., *The collected mathematical papers*, vol. 5, Cambridge University Press, Cambridge, 1892.

- 8. Cukierman, F., *Determinant of complexes and higher Hessians*, Math. Ann. 307 (1997), no. 2, 225–251.
- 26. Salmon, G., *A treatise on the higher plane curves: intended as a sequel to “A treatise on conic sections”*, 3rd ed., Hodges, Foster, and Figgs, Dublin, 1879.

Plagiering

Teoremer kan skrives ordrett av, men må siteres!

Theorem 9.7. *Let F be a reduced curve of degree $n \geq 3$. Let p be the characteristic of K , and assume that either $p = 0$ or $p > n$. Then*

- (a) $H_F \equiv 0 \pmod{F}$ if and only if F is a union of lines.
- (b) If $H_F \not\equiv 0 \pmod{F}$, then the intersection of F with its Hessian curve consists of the singular points of F and the flexes of F .
- (c) For every regular point P of F whose tangent line G at P is not a component of F we have

$$\mu_P(F, G) = \mu_P(F, H_F) + 2.$$


Theorem 4.8. *Let $C = V(F)$ be a curve of degree $n \geq 3$. Let p be the characteristic of k , and assume that either $p = 0$ or $p > n$. Then H_F and H_C have the following properties:*

1. H_F is a multiple of F if and only if C is a union of lines.
2. If H_F is not a multiple of F , then the intersection of C with its Hessian H_C consists of the singular points of C and the flexes of C .
3. For every point P of C whose tangent L is not a component of C we have

$$\mu_P(C, L) = \mu_P(C, H_C) + 2.$$

Plagiering

Eksempler må siteres og være bearbeidet – de må introduseres og forklares og ha et selvstendig formål i din tekst!

Dette er klar plagiering!

Example 9.8. If one drops the assumption about the characteristic, then the theorem is no longer true in general. Suppose $\text{Char } K = 3$ and $F := X_0^2 X_2 - X_1^3$. This curve is irreducible, its singularity $\langle 0, 0, 1 \rangle$ is the only point at infinity, and one sees easily that $H_F = 0$.

The regular points of F are the points at finite distance. They satisfy the equation $Y = X^3$. Obviously $(0, 0)$ is a flex of F . For an arbitrary point (a, b) of F at finite distance,

$$Y - X^3 = Y - X^3 - (b - a^3) = (Y - b) - (X - a)^3$$

and therefore (a, b) is also a flex of F .

In contrast to this we have the following.

Corollary 9.9. *Under the assumptions of 9.7 let F be irreducible and let s be the number of singularities of F . Then F has at most $3n(n-2) - s$ flexes.*

Example. The assumption about the characteristic of k can not be dropped easily. Suppose $\text{char } k = 3$, and let $F = X_0^2 X_2 - X_1^3$ define the curve C . This curve is irreducible, its only point at infinity is the singularity $(0 : 0 : 1)$, and $H_F = 0$. The regular points are all at finite distance and satisfy $Y = X^3$. Thus we have a proper flex at $(0, 0)$. But even more, any point (a, b) on the curve at finite distance satisfies

$$Y - X^3 = Y - X^3 - (b - a^3) = Y - b - (X - a)^3.$$

Therefore, any regular point is a flex.

Corollary 4.9. *Unter the assumptions of 4.8 let C be irreducible of degree n with s singularities. Then C has at most $3n(n-2) - 2s$ flexes.*

A person wearing a bright yellow hoodie and a striped shirt is sitting at a wooden table, writing in an open notebook with a yellow pencil. Their left hand rests on the notebook. On the table to the left is a brown paper coffee cup with a black lid and a blue strap, and a stack of books with orange and blue covers. The background is a blurred view of a green landscape through a window.

Skrivetips

Skrivetips 1

- Planlegg høydepunktene og lag struktur før du begynner å skrive
- Vi bruker vanligvis «vi» uansett hvor mange som skriver
- Bruk overgangsord (men, imidlertid, deretter, videre)
- Bruk språket aktivt for å angi hvem som har gjort hva (vi eller andre)!
 - «Vi gjengir et bevis av dette resultatet fra [1]...»
 - «Vi beviser dette resultatet...»
- Pass på at notasjonen du bruker er standard, at hvert symbol står for bare én ting, og at ikke to symboler står for samme ting
 - Hvis du jobber med komplekse tall og summer, ikke la i være telleindeks!
 - Heter funksjonen f eller g ?
 - Tilpass notasjonen fra litteraturen du bruker slik at du ikke blander

Å presentere matematikk



$$3^{2x} - 2(3^x) = -1 = (3^x)^2 - 2(3^x) + 1 = 0 = (3^x - 1)^2 = 0 = 3^x = 1 = x = 0.$$

$$3^{2x} - 2(3^x) = -1 \rightarrow (3^x)^2 - 2(3^x) + 1 = 0 \rightarrow (3^x - 1)^2 = 0 \rightarrow 3^x = 1 \rightarrow x = 0.$$

$$\begin{array}{ll} 3^{2x} - 2(3^x) = -1 & \text{Solve this equation.} \\ (3^x)^2 - 2(3^x) + 1 = 0 & \text{Collect the terms on one side.} \\ (3^x - 1)^2 = 0 & \text{Factor.} \\ 3^x = 1 & \text{Use the Zero Factor Property.} \\ x = 0 & \text{Solve for } x. \end{array}$$

$$\begin{aligned} 3^{2x} - 2(3^x) &= -1 \\ (3^x)^2 - 2(3^x) + 1 &= 0 \\ (3^x - 1)^2 &= 0 \\ 3^x &= 1 \\ x &= 0. \end{aligned}$$

We want to solve for x in the equation

$$3^{2x} - 2(3^x) = -1.$$

We can rewrite this equation in terms of 3^x :

$$(3^x)^2 - 2(3^x) + 1 = 0.$$

After factoring, this becomes

$$(3^x - 1)^2 = 1$$

and it follows that $3^x = 1$, or $x = 0$.

Å presenterer matematikk

Let P be the escaped wombat population (in thousands) t years after 1990 and suppose that

$$P = 0.5(1.12)^t.$$

The wombat population in 1992 is approximately 672. We can see this by setting $t = 2$ and observing that

$$P = 0.5(1.12)^2 = 0.6272 \text{ thousand wombats.}$$

If we want to predict when the wombat population will reach 2000, we set $P = 2$ and solve for t using logarithms.

$$\begin{aligned} 2 &= 0.5(1.12)^t \\ \log 2 &= \log 0.5 + t \log 1.12 \\ t &= \frac{\log 2 - \log 0.5}{\log 1.12} \approx 12.23 \text{ years.} \end{aligned}$$

The wombat population will reach 2000 in the year 2002.

Let P be the escaped wombat population (in thousands) t years after 1990 and suppose that

$$P = 0.5(1.12)^t.$$

By substituting 2 for t in the above equation, we can see that in 1992, the wombat population is approximately 672.

$$0.5(1.12)^2 = 0.6272 \text{ thousand wombats.}$$

Let t_{2000} be the year when the wombat population reaches 2000. Then,

$$\begin{aligned} 2 &= 0.5(1.12)^{t_{2000}} \\ \log 2 &= \log 0.5 + t_{2000} \log 1.12 \\ t_{2000} &= \frac{\log 2 - \log 0.5}{\log 1.12} \approx 12.23 \text{ years.} \end{aligned}$$

The wombat population will reach 2000 in the year 2002.

Skrivetips 2

- Husk at matematikkbokstaver har annen font enn tekstbokstaver
- Bokstaven x vs. variabelen x
- Matematikk (og siteringer) er del av setningen og skal tegnsettes
- Det er ikke tillatt å begynne en setning med et matematikksymbol!
 - Alltid «Funksjonen f er...»
 - Aldri « f er en funksjon.»



Hva med bilder og figurer?

- Vanligvis er det noen som har opphavsrett på bilder og figurer!
- Bilder kan IKKE uten videre benyttes av deg i oppgaven din!
- Spesielt viktig senere!
- Be om tillatelse
- Sjekk lisenser (CC-BY-4.0 og Kopinor)
- Må alltid siteres!
- Avklar med faglærer

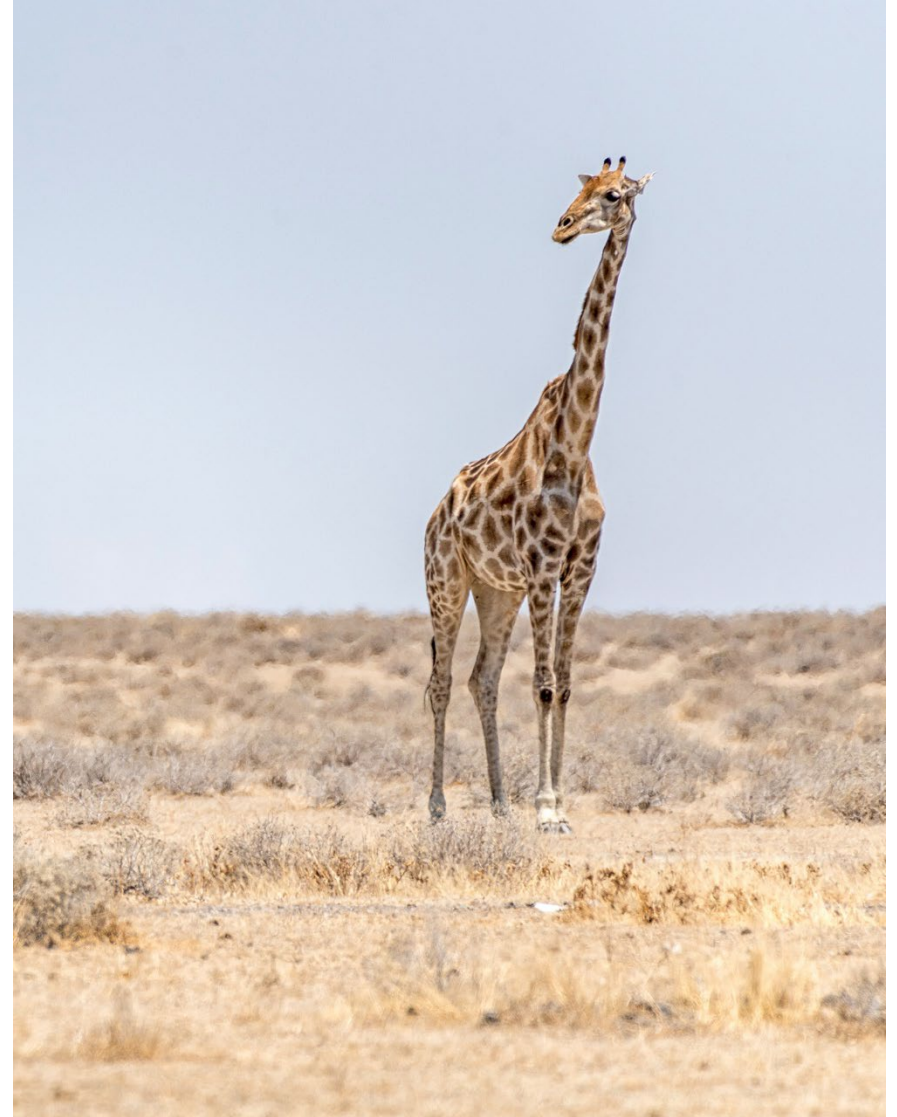


Bruk av kunstig intelligens (KI)

Følg retningslinjer for bruk av KI for studenter ved UiO

www.uio.no/tjenester/ki/student/

- IKKE bruk UiO GPT til å:
 - Generere tekst
 - Regne matematikk
 - Foreslå litteratur
 - Kan bli ansett som forsøk på fusk
- KI som er innebygget i skriveprogrammer, som sjekker grammatikk osv. er OK.



Mer hjelp fra biblioteket

- 115 millioner kroner per år!
- Samling med bøker
- Elektroniske bøker og artikler
- Bestill det du ikke finner ved å bruke innkjøpsforslag

Mer om akademisk skriving

- www.sokogskriv.no

Matematikksiden på biblioteket med kontaktinfo og søkefelt

- www.ub.uio.no/matematikk

LaTeX og BibLaTeX

- Bruk denne oppgaven til å lære
- [Nye maler!](#)
- [Martins eminente maler](#) (utgått)!

Lykke til!

Karoline Moe

karoline.moe@ub.uio.no

