

1

$$l: y+1=0 \quad l': x-y=0$$

s_l = spejling om l , $s_{l'}$ = spejling om l' .

$$p = s_l \circ s_{l'}$$

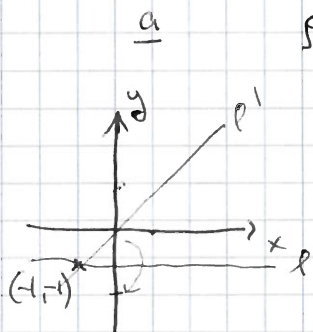
har fixpunkt i $l \cap l' = \{-1, -1\}$

og er orienteringsbevarende, så

p er en rotation

$$p((0,0)) = s_l \circ s_{l'}((0,0)) = s_l(0,0) = (0,-2)$$

så rotationsvinklen er $\frac{\pi}{2}$.



6

$$t: (x,y) \mapsto (x+0, y+2)$$

$p' = t \circ s_l \circ s_{l'}$ er orienteringsbevarende og

$$t \circ s_l \circ s_{l'}((0,0)) = t(0,-2) = (0,0)$$

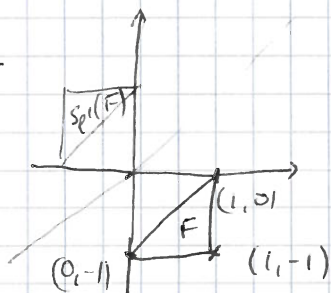
så $(0,0)$ er et fast punkt. Da er

$p' = t \circ s_l \circ s_{l'}$ en rotation

$$p'(1,0) = t(0,-3) = (0,-1)$$

så p' har rotationsvinkel $\frac{\pi}{2}$.

c



$$G = F \cup s_{l'}(F)$$

har symmetri

$s_{l'}$, τ (rotation π om $(0,0)$)

$s_{l''}$, id ($l'' \in x+y=0$)

Begrundelse: Om σ er en isometri, og $\sigma(G) = G$ så

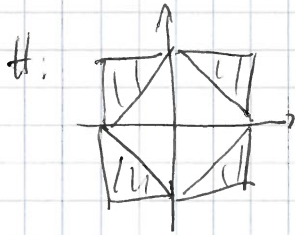
$$\text{er } \sigma(1,-1) = \begin{cases} (1,-1) \\ (-1,1) \end{cases}$$

Om $\sigma(1,-1) = (1,-1)$ så er $\sigma = \text{id}$ eller $\sigma = s_{l''}$.

Om $\sigma(1,-1) = (-1,1)$ så er $\sigma = s_{l'}$ eller $\sigma = \tau$.

1.2

$$H = G \cup g^i(G)$$



Som $i \in$, om $\sigma(H) = H$ er en isometri,
 så H

$$\sigma(1, -1) = \begin{cases} (1, -1) \\ (-1, -1) \\ (-1, 1) \\ (1, 1) \end{cases}$$

$$\sigma(1, -1) = (1, -1) \Rightarrow \sigma = \text{id} \text{ eller } \sigma = S_{\ell''}$$

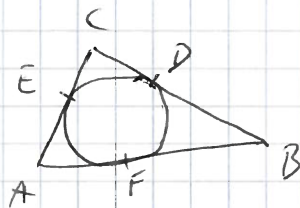
$$\sigma(1, -1) = (-1, -1) \Rightarrow \sigma = g^i \text{ eller } \sigma = S_{\ell(x=0)}$$

$$\sigma(1, -1) = (-1, 1) \Rightarrow \sigma = \text{rotasjon } \pi \text{ om origo} \\ \text{eller } \sigma = S_{\ell'}$$

$$\sigma(1, -1) = (1, 1) \Rightarrow \sigma = \text{rotasjon } \frac{3\pi}{2} \text{ om origo} \\ \text{eller } \sigma = S_{\ell(y=0)}$$

Sym-
metri
H.

2



$$CD = CE, AE = AF \text{ og } BF = BD$$

$$\text{Så } \left| \frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} \right|$$

$$= \frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1$$

E, D, F ligger inne i trekanten så

$$\frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1$$

Da følger det av Ceva's setning at

AD, BE og CF går gjennom
 et felles punkt.

3

Polyedret P er to femkantede
sideflater og x firkantede sideflater.

1 hvert hjørne er delt 3 sideflater,

sa antall sideflater er $2 + x$,

antall hjørner er $(2 \cdot 5 + 4 \cdot x) / 3$

og antall kanter er $(2 \cdot 5 + 4 \cdot x) / 2$.

Av Euler er

$$2 + x - (2 \cdot 5 + 4x) / 2 + (2 \cdot 5 + 4 \cdot x) / 3 = 2$$

$$\text{sa } 2 + x - 5 - 2x + \frac{10}{3} + \frac{4}{3}x = 2$$

$$\text{sa } +\frac{1}{3}x = 2 - 2 + 5 - \frac{10}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\underline{x = 5}$$

P har 5 firkantede sideflater

4

a) lignin $x_0 - 2x_1 + x_2 = 0$ og $x_0 - 3x_1 + 2x_2 = 0$

stjerner hvoranden i

$$P: \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} = (-1: -1: -1) = \underline{(1: 1: 1)}$$

$$P \cdot Q: \begin{vmatrix} x_0 & x_1 & x_2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \underline{-x_0 + x_2 = 0}$$

b) C: $x_0 x_1 + x_2^2 = 0$

$$l_t: x_0 + (1+t)x_1 - x_2 = 0$$

$$l_t \wedge C: x_0 = x_2 - (1+t)x_1 \text{ og } (x_2 - (1+t)x_1)x_1 + x_2^2 = 0$$

$$\text{sa } x_2^2 + x_1 x_2 - (1+t)x_1^2 = 0$$

som har reelle løsninger ~~2222~~ når $1^2 + 4(1+t) \geq 0$

$$\text{som betyr } 5 + 4t \geq 0 \quad \underline{t \geq -\frac{5}{4}}$$

4c

Felles punkt R for linjene

$$x_0 + (1+t)x_1 - x_2 = 0$$

er felles for de to linjene

$$t=0 \quad x_0 + x_1 - x_2 = 0$$

$$t=-1 \quad x_0 - x_2 = 0$$

$$\text{så } x_0 = x_2 \text{ og } x_1 = 0$$

$$\text{og } R = (1 : 0 : 1)$$

l_t tangenter C når der er ett reelt felles punkt, så når $t = -\frac{5}{4}$

~~Derfor~~

$$\text{Så en tangentlinje er } \underline{x_0 - \frac{1}{4}x_1 - x_2 = 0}$$

Er linje gjennom R som ikke er l_t for noen t

$$\text{er } x_1 = 0.$$

$$x_1 = 0 \text{ snører } C: x_1 = 0, x_0 x_1 + x_2^2 = 0,$$

$$\text{det vil si } (1 : 0 : 0),$$

så $x_1 = 0$ er også tangent til C .

5

$$C: x^2 + y^2 = 1$$

$$A = (0, 2)$$

a)

$$S \in C: (x_s, y_s)$$

$$x_s^2 + y_s^2 = 1$$

$$P \text{ midt mellom } S \text{ og } A: (x_p, y_p) = \left(\frac{x_s}{2}, \frac{y_s+2}{2}\right)$$

$$\text{Så } x_s = 2x_p \quad y_s = 2y_p - 2$$

$$\text{og } (2x_p)^2 + (2y_p - 2)^2 = 1 \quad (S \in C)$$

$$\underline{x_p^2 + (y_p - 1)^2 = \frac{1}{4}}$$

en sirkel.

Sf.

En linje gjennom A har likning

$$y-2 = k(x) \quad (\text{eller } x=0).$$

slyene C når

$$x^2 + (kx+2)^2 = 1$$

$$(k^2+1)x^2 + 4kx + 3 = 0$$

tangenter når det er en reell løsning som betyr at diskriminanten

$$(4k)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (k^2+1) = 0$$

$$4k^2 - 12 = 0$$

$$k^2 = 3, \quad k = \pm \sqrt{3}$$

Så tangentlinjene har likning.

$$\underline{y} = k(x) + 2 = \begin{cases} \sqrt{3}x + 2 \\ -\sqrt{3}x + 2 \end{cases}.$$