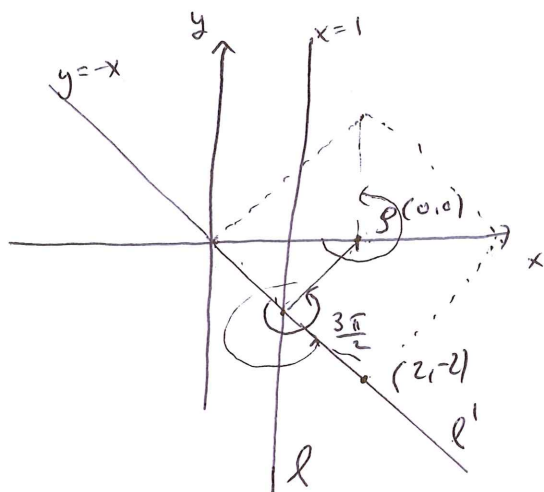


①



a) $\rho = s_l s_{l'}$ er orienteringsbevarende og $(1, -1) = l \cap l'$ er fiks punkt, så dette er en rotation med centrum i $(1, -1)$.

$\rho(0,0) = s_l s_{l'}(0,0) = s_l(0,0) = (2,0)$, så rotationsvinkelen er $\frac{3\pi}{2}$.

b) $\vec{a} = (0,2)$
 $t_{\vec{a}} \rho(2,0) = t_{\vec{a}}(2,-2) = (2,0)$ så $(2,0)$ er fikspunkt for $t_{\vec{a}} \rho(2,0)$.

c) $t_{\vec{a}} \rho(2,0)$ er orienteringsbevarende, ^{med fikspunkt} så det er en rotation. Rotationsvinkelen er $\frac{3\pi}{2}$ siden $t_{\vec{a}} \rho(0,0) = t_{\vec{a}}(2,0) = (2,2)$.

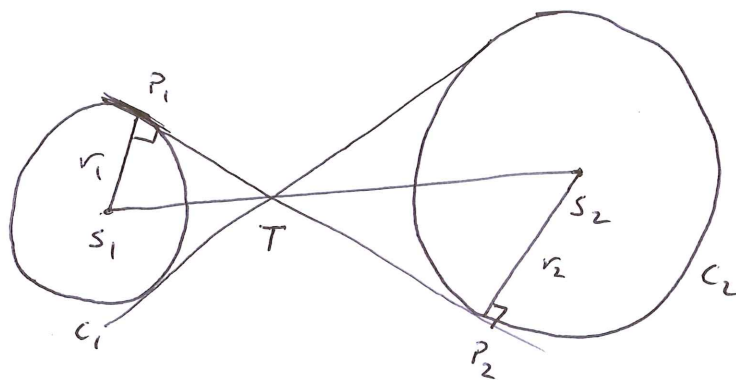
Et kvadrat med centrum i rotationscentret $(2,0)$

avbildes på sig selv ved $t_{\vec{a}} \rho: E^2 \rightarrow E^2$, fordi rotationsvinkelen er $\frac{3\pi}{2}$.

For eksempel kvadratet med hjørner i $(0,0), (2,-2), (2,2), (4,0)$

2

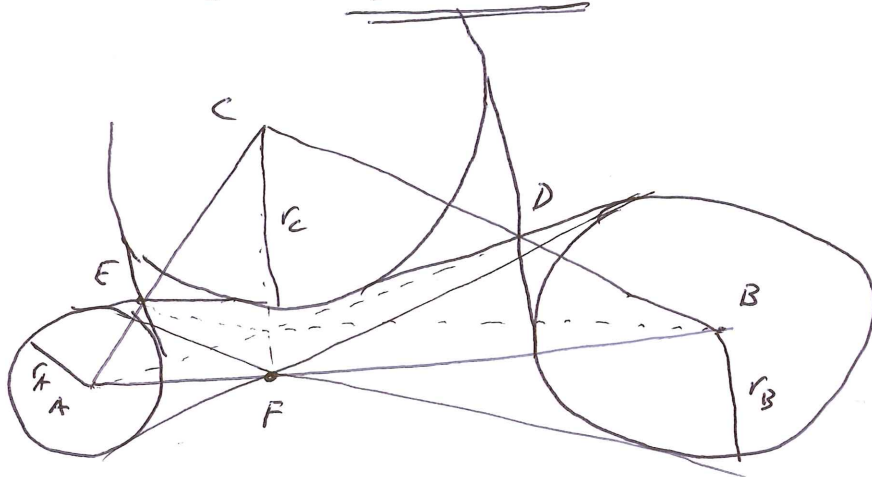
a)



$$\triangle P_1 S_1 T \sim \triangle P_2 S_2 T$$

$$\text{Så } \frac{P_1 S_1}{P_2 S_2} = \frac{S_1 T}{S_2 T} = \frac{r_1}{r_2}$$

b)



$$\text{Av a): } \frac{AF}{FB} = \frac{r_A}{r_B} \quad \frac{BD}{DC} = \frac{r_B}{r_C} \quad \frac{CE}{EA} = \frac{r_C}{r_A}$$

$$\text{Så } \frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = \frac{r_A}{r_B} \cdot \frac{r_B}{r_C} \cdot \frac{r_C}{r_A} = 1$$

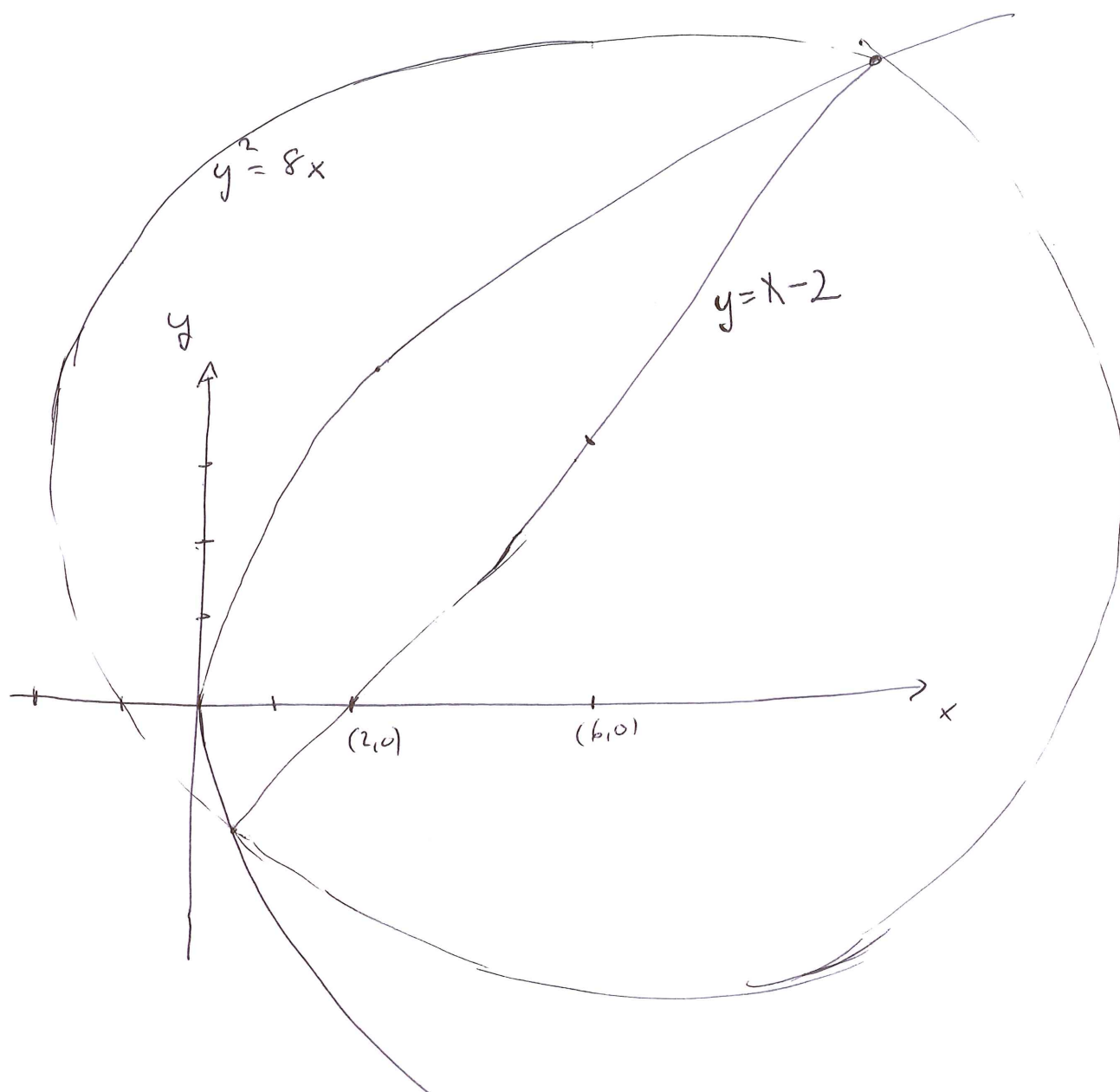
Siden F, D, E ligger inn i trekant ABC så er

$$\text{også } \frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1$$

Av Ceva's setning følger det at
AD, BE og CF har et felles punkt.

③

a)



$$b) \quad y^2 = 8x \quad y = 4(x-2) \quad x = \frac{y}{4} + 2$$

$$x = \frac{1}{8}y^2 \quad y = \frac{4}{8}y^2 - 2 \cdot 4$$

$$\frac{4}{8}y^2 - \frac{8}{4}y - 16 = 0$$

$$y_1 + y_2 = \frac{8}{\frac{4}{8}}$$

$$y_s = \underline{\underline{\frac{4}{4}}}$$

$$\frac{y^2}{8} = \frac{1}{8} \cdot \frac{16}{4^2} = \frac{2}{4^2}$$

$$\underline{x_s} = \frac{y}{4} + 2 = \underline{\frac{1}{4^2} + 2}$$

endepunkt til korden: $y = 4(x-2)$ og $y^2 = 8x$

$$y_1 = \frac{4}{4^2} + \sqrt{\frac{16}{4^2} + 16} = 4\left(\frac{1}{4^2} + \sqrt{1 + \frac{1}{4^2}}\right)$$

$$x_1 = \frac{y_1^2}{8} = 2\left(\frac{1}{4^2} + 1 + \frac{1}{4^2} + \frac{2}{4}\sqrt{1 + \frac{1}{4^2}}\right) \\ = 2\left(\frac{2}{4^2} + 1 + \frac{2}{4}\sqrt{1 + \frac{1}{4^2}}\right)$$

radius r :

$$r^2 = (x_1 - x_s)^2 + (y_1 - y_s)^2$$

$$= \left(\frac{4}{4^2} + 2 + \frac{4}{4}\sqrt{1 + \frac{1}{4^2}} - \frac{4}{4^2} - 2\right)^2 + \left(\frac{4}{4} + 4\sqrt{1 + \frac{1}{4^2}} - \frac{4}{4}\right)^2$$

$$= \frac{16}{4^2} \left(1 + \frac{1}{4^2}\right) + 16 \left(1 + \frac{1}{4^2}\right) = 16 \left(1 + \frac{2}{4^2} + \frac{1}{4^4}\right) \\ = 16 \left(1 + \frac{1}{4^2}\right)^2$$

Ligning for sirkelen:

$$(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 = 16 \left(1 + \frac{1}{4^2}\right)^2$$

$$(*) \quad \left(x - 2 - \frac{4}{4^2}\right)^2 + \left(y - \frac{4}{4}\right)^2 = 16 \left(1 + \frac{1}{4^2}\right)^2$$

g) $\underline{x = -2}$ tangenter sirkelen desom (*) her dobbel vt
når $x = -2$:

$$(*) \text{ med } x = -2: \quad \left(-4 - \frac{4}{4^2}\right)^2 + \left(y - \frac{4}{4}\right)^2 = 16 \left(1 + \frac{1}{4^2}\right)^2$$

$$\left(y - \frac{4}{4}\right)^2 = 16 \left(1 + \frac{1}{4^2}\right)^2 - 16 \left(1 + \frac{1}{4^2}\right)^2 = 0$$

så vi får dobbel vt og tangens.

d)

$$y_s = \frac{y}{k} \quad x_s = \frac{y}{k^2} + 2$$

$$k = \frac{y}{y_s} \Rightarrow x_s = \frac{y \frac{y_s^2}{y^2}}{16} + 2 = \frac{y_s^2}{4} + 2$$

$$\text{eller } y_s^2 = 4x_s - 8$$

Dette er ligningen til det geometriske sted
for midtpunktet til korden når $k \neq 0$.

e)

Når $k \rightarrow 0$ vil korden gå mot x -aksen, og
~~sende~~ midtpunktet gå mot ∞ på x -aksen.

Når $k \rightarrow \infty$ vil korden gå mot ~~en~~ en linje
 $x = 2$ parallell med y -aksen, og midtpunktet
går mot $(2, 0)$.

(4)

$$x_0 - 2x_1 + x_2 = 0$$

og

$$x_0 + 3x_1 - x_2 = 0$$

slyes hverandre i

c)

$$P: \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = (-1 : 2 : 5)$$

linje gjennom P og Q har ligning

$$\begin{vmatrix} x_0 & x_1 & x_2 \\ -1 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -4x_0 + 8x_1 + 4x_2 = 0$$

$$\text{eller } \underline{x_0 - 2x_1 - x_2 = 0}$$

b)

$$(*) \quad x_0^2 - 2x_0x_1 + 3x_1x_2 - 3x_2^2 = 0$$

og

$$x_1 - x_2 = 0$$

har felles pkt med koordinater

$$x_0^2 - 2x_0x_1 + 3x_1^2 - 3x_1^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 0 \text{ eller } x_0 = 2x_1$$

Så de to kurvene har 2 felles pkt.

12. ~~Dermed (*)~~ ~~ikke~~ ~~er~~ ~~definert~~ ~~der~~

c)

$$\text{Dermed } x_0^2 - 2x_0x_1 + 3x_1x_2 - 3x_2^2 = 0$$

altså definerer et degenerert liggelsnitt, så definerer
likningen i $x_1 \neq x_2$ en hyperbel, fordi snittet
med linje $x_1 = x_2$ er to punkt (fra b).

For å se at liggelsnittet ikke er

degenerert er det nok å se, for eksempel

i $x_1 \neq 0$ at det ikke er degenerert.

Setter vi $x_1 = 1$ får vi av (*)

$$x_0^2 - 2x_0 + 3x_2 - 3x_2^2 = 0$$

$$(x_0 - 1)^2 - 3(x_2 - \frac{1}{2})^2 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

som er en hyperbel, så liggelsnittet er

altså degenerert og definerer også i

$x_1 \neq x_2$ en hyperbel.