

# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MAT2500 — Geometri  
Eksamensdag: Mandag 2. desember 2019  
Tid for eksamen: 14.30 – 18.30  
Oppgavesettet er på 2 sider.  
Vedlegg: Ingen  
Tillatte hjelpemidler: Ingen

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

OPPGAVE 1 Vi skal finne et uttrykk for sammensettingen av to stive bevegelser. Den ene,  $s_1$ , er en speiling om linja  $y = 1$ , og den andre,  $s_2$ , er en speiling om linja  $y = x$ .

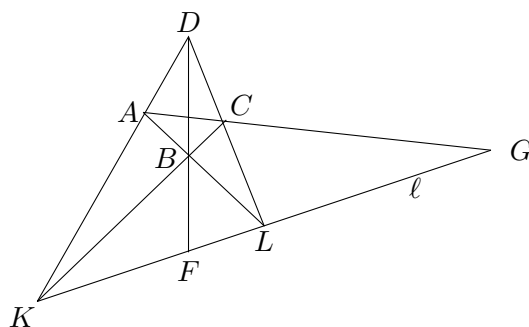
- Finn fikspunktene til sammensettingene  $s_1 \circ s_2$  og  $s_2 \circ s_1$ . Er de like?
- De to sammensettingene i a) beskriver begge rotasjoner i planet. Finn rotasjonssentrene og vinkelene til de to sammensettingene.

OPPGAVE 2 To linjer i det projektive planet  $\mathbb{RP}^2$  er gitt ved

$$\ell : x_0 + 2x_1 + x_2 = 0, \quad m : x_0 - x_1 + x_2 = 0$$

- Finn homogene koordinater for skjæringspunktet  $P$  mellom  $m$  og  $\ell$ .
- La  $Q = (0 : -1 : 1)$ . Finn en likning for linja  $n$  gjennom  $P$  og  $Q$ .

OPPGAVE 3



Vi har gitt en firkant  $ABCD$ . Sidekantene  $AD$  og  $BC$  møtes i  $K$  og sidekantene  $AB$  og  $CD$  møtes i  $L$ . Vi kaller linja gjennom  $K$  og  $L$  for  $\ell$ . Diagonalen  $BD$  skjærer  $\ell$  i punktet  $F$  og diagonalen  $AC$  skjærer  $\ell$  i  $G$ .

(Fortsettes på side 2.)

- a) Bruk Cevas setning på trekanten  $DKL$  og punktet  $B$  til å vise at

$$\frac{\overline{DA}}{\overline{AK}} \cdot \frac{\overline{KF}}{\overline{FL}} \cdot \frac{\overline{LC}}{\overline{CD}} = 1$$

- b) Bruk Menelaos setning på trekanten  $DKL$  og linja  $ACG$  til å vise at

$$\frac{\overline{DA}}{\overline{AK}} \cdot \frac{\overline{KG}}{\overline{GL}} \cdot \frac{\overline{LC}}{\overline{CD}} = -1$$

- c) To punktpar  $(A, B)$  og  $(C, D)$  er harmonisk konjugerte dersom

$$(AB, CD) = \frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} \cdot \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}} = -1$$

Bruk a) og b) til å vise at punktparene  $(K, L)$  og  $(F, G)$  er harmonisk konjugerte.

#### OPPGAVE 4

- a) La  $\omega$  være sirkelen med likning  $x^2 + y^2 = 1$  og  $P = (1, 2)$  et punkt i planet. La videre  $Q$  være et punkt på polaren  $\ell = \ell(P)$  til  $P$  med hensyn på  $\omega$ . Forklar hvorfor  $P$  ligger på polaren til  $Q$  med hensyn på  $\omega$ .
- b) Vis at dersom tre linjer møtes i et felles punkt, så vil de tre polene til linjene være kolineære.

#### OPPGAVE 5

- a) La  $P$  være et konvekst polyeder i det euklidske rommet  $E^3$  med 12 hjørner og 24 kanter. Hvor mange sideflater har  $P$ ?
- b) Polyederet  $P$  består av trekanter og firkanter. Hvor mange av hver? Begrunn svaret ditt.