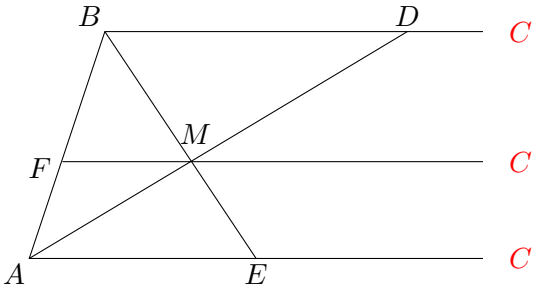
UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT2500 — Geometri
Eksamensdag:	Tirsdag 30. november 2021
Tid for eksamen:	15.00 – 19.00
Oppgavesettet er på 3 sider.	
Vedlegg:	Ingen
Tillatte hjelpemidler:	Ingen

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

OPPGAVE 1



Vi har gitt en figur som illustrert på tegningen, linjene AE, FM og BD er parallelle, F ligger på linja AB, og BE og AD møtes i M. Vi tenker oss at figuren ligger i et projektivt plan, hvor C er det uendelig fjerne punktet i retning av de tre parallelle linjene. Bruk Cevas setning på trekanten ABM til å vise at

$$\frac{AF}{FB} = \frac{AE}{BD}$$

OPPGAVE 2 Vi har gitt to isometrier (stive bevegelser) s_1 og s_2 i planet. Den ene, s_1, er en speiling om y-aksen, og den andre, s_2, er en speiling om linja $x + y = 1$. Sammensetningen av to speilinger i planet er en rotasjon. Rotasjoner er bestemt av sitt rotasjonssenter og sin rotasjonsvinkel.

a) Finn rotasjons-senter og -vinkel til sammensetningene $s_1 \circ s_2$ og $s_2 \circ s_1$.

b) Vi lar $s = \frac{1}{2}(s_1 \circ s_2 - s_2 \circ s_1)$. Avgjør om s er en isometri, og i såfall, hva slags type isometri er det?

(Fortsettes på side 2.)

OPPGAVE 3 To linjer i det projektive planet $\mathbb{P}^2$ er gitt ved

$$\ell : 2x_0 + x_1 + 2x_2 = 0, \quad m : x_0 - x_2 = 0$$

a) Finn skjæringspunktet P mellom m og ℓ.

b) En tredje linje gjennom P er gitt ved

$$n : 3x_0 + x_1 + x_2 = 0$$

For en projektiv linje ℓ lar vi $\ell^\vee$ betegne det duale punktet til ℓ. Bestem en fjerde linje k gjennom P slik at kryssforholdet $(m^\vee, n^\vee; k^\vee, \ell^\vee) = -1$.

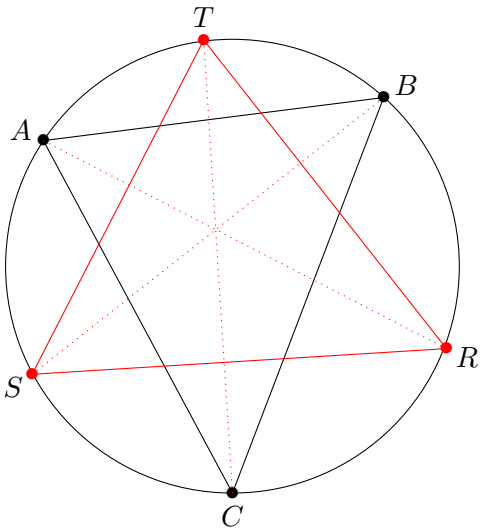
c) Et kjeglesnitt $\mathcal{C}$ i $\mathbb{P}^2$ er gitt ved $2x_0^2 + x_0x_1 - x_1x_2 - 3x_2^2 = 0$. Bestem snittene $\mathcal{C} \cap \ell$ og $\mathcal{C} \cap m$ og bruk dette til å avgjøre hva slags kjeglesenitt $\mathcal{C}$ er i den delen av $\mathbb{P}^2$ der $x_2 \neq 0$.

OPPGAVE 4

a) La P være et konvekst polyeder i det euklidske rommet E^3 med 24 hjørner og 60 kanter. Hvor mange sideflater har P? Polyederet P består av trekanter og firkanter. Hvor mange av hver? Begrunn svarene dine.

b) I hvert hjørne i polyederet er det en fast konfigurasjon av trekanter og firkanter. Hvor mange av hver?

OPPGAVE 5



Vi har gitt en trekant $\triangle ABC$. Halveringslinjene for de tre vinklene i trekanten møter den omskrevne sirkelen til trekanten i punktene R, S og T. Finn uttrykk for vinklene i trekanten $\triangle RST$ uttrykt ved vinklene i trekanten $\triangle ABC$.

(Fortsettes på side 3.)

OPPGAVE 6 Vi betrakter parabelen $y = \frac{1}{4}x^2$, med brennpunkt $F = (0, 1)$. La $A = (a, \frac{1}{4}a^2)$ være et punkt på parabelen og la ℓ være linja gjennom F og A. Denne linja skjærer parabelen i punktet $B = (b, \frac{1}{4}b^2)$ (i tillegg til A). La T_A være tangentlinja til parabelen i punktet A og T_B tangentlinja i B. Beskriv det geometriske stedet for skjæringspunktet $T_A \cap T_B$ når A gjennomløper parabelen.