UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	INF-MAT3360 — Partielle differensiallikninger
Eksamensdag:	30. mars 2009.
Tid for eksamen:	15.00 – 18.00.
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	None
Tillatte hjelpemidler:	None.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

Betrakt følgende ODE

$$\begin{cases} u'(t) = 4t\sqrt{u(t)} & \text{for alle } t \geq 0, \\ u(0) = 9. \end{cases} \tag{1}$$

(i) Finn en eksplisitt løsning av (1).

(ii) Skriv ned en forover-euler-metode som løser (1) numerisk.

Oppgave 2.

Finn en eksplisitt løsning av følgende PDE med karakteristikkmetoden

$$\begin{cases} u_t + 2tu_x = x & \text{for alle } (x,t) \in \mathbb{R} \times (0,\infty), \\ u(x,0) = \cos(6\pi x) & \text{for alle } x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

(Fortsettes side 2.)

Oppgave 3.

Betrakt følgende topunkts randverdiproblem

$$\begin{cases} -u'' + 510u = f & \text{for alle } x \in (0,1), \\ u(0) = u(1), \\ u'(0) = u'(1). \end{cases} \tag{2}$$

(i) Om u og v er to løsninger av (2), vis at $u \equiv v$. *(HINT: Bruk energimetoden).*

(ii) Skriv ned et differanseskjema som løser (2) numerisk. (*Metoden skal skrives som en matriselikning*).

Oppgave 4.

Betrakt følgende varmelikning med Dirichlet-randbetingelser

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = g(x,t) & \text{for alle} \quad (x,t) \in (0,1) \times (0,T] \\ u(0,t) = u(1,t) = 0 & \text{for alle} \quad t \in (0,T] \\ u(x,0) = f(x) & \text{for alle} \quad x \in [0,1] \end{cases} \tag{3}$$

(i) La u og v være to løsninger av (3). Vis at $u \equiv v$.

(ii) La $g \equiv 0$ og f være gitt ved

$$f(x) = 2\sin(3\pi x) + 41\sin(17\pi x).$$

Finn løsningen $u(x,t)$ av (3) med fouriermetoden.

(iii) La $g \equiv 0$ og $f \equiv 121$. Finn løsningen $u(x,t)$ av (3) med fouriermetoden.

Oppgave 5.

Betrakt følgende likning

$$\begin{cases} u_t + u_x - u_{xx} = 0 & \text{for alle} \quad (x,t) \in (0,1) \times (0,1] \\ u(0,t) = -11\sin(6\pi t), & \text{for alle} \quad t \in (0,1] \\ u(1,t) = 24\sin(15\pi t), & \text{for alle} \quad t \in (0,1] \\ u(x,0) = 4\sin(2\pi x) & \text{for alle} \quad x \in [0,1] \end{cases} \tag{4}$$

Vis ved hjelp av maksimumsprinsipper at

$$-24 \le u(x,t) \le 24 \quad \text{for alle } (x,t) \in (0,1) \times (0,1]$$

SLUTT