UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i:	MEK 1100 — Feltteori og vektoranalyse.
Eksamensdag:	Tirsdag 20. mars 2018.
Tid for eksamen:	14:30 – 16:30.
Oppgavesettet er på 3 sider.	
Vedlegg:	Formeltillegg på 2 sider.
Tillatte hjelpemidler:	K. Rottmann: Matematische Formelsamlung, godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Det er 15 spørsmål. Alle spørsmålene teller like mye. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng.

Oppgave 1. En karusell roterer med omløpstid 5 s. Hva er vinkelfarten?

a) $\frac{1}{5}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ b) $\frac{2\pi}{5}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ c) $\frac{5\mathrm{s}}{2\pi}$ d) $\frac{2\pi}{5}$ e) $\frac{2\pi}{5\mathrm{s}}$

Oppgave 2. Newtons gravitasjonslov for tyngdekraften mellom to punktmasser M_1 og M_2 sier

$$F = G\frac{M_1 M_2}{r^2}$$

hvor F er kraften, G er den universelle gravitasjonskonstanten, og r er avstanden mellom de to punktmassene. Hva er den fysiske enheten til G?

a) $\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}$ b) Den er dimensjonsløs. c) N d) $\frac{\mathrm{N\,m}^2}{\mathrm{kg}^2}$ e) $\frac{\mathrm{N\,kg}^2}{\mathrm{m}^2}$

Oppgave 3. Hva er gradienten til $f(x, y, z) = 3x^2 + 5xy - 3\sin z$?

a) $6x\boldsymbol{i} + 5x\boldsymbol{j} - 3\cos z\boldsymbol{k}$

b) $(6x + 5y)\boldsymbol{i} + 5x\boldsymbol{j} - 3\cos z\boldsymbol{k}$

c) $11x\boldsymbol{i} + 5y\boldsymbol{j} + 3\sin z\boldsymbol{k}$

d) $11x + 5y - 3\cos z$

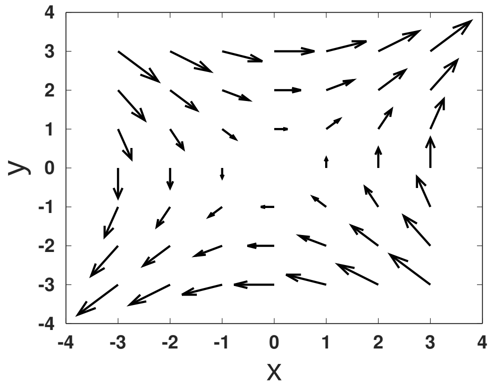
e) $6x\boldsymbol{i} + 5y\boldsymbol{j} - 3\cos z\boldsymbol{k}$

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 4. Temperaturen i lufta er gitt ved $T(x,y,z) = T_0 + \alpha x + \beta y + \gamma z$. Her er α og β og γ og T_0 konstanter, xy-planet er horisontalt, x peker mot øst, y peker mot nord og z peker oppover. Hva er den retningsderiverte til temperaturen i retning nordøst?

a) $\frac{\alpha+\beta}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\sqrt{3}}$ d) $\alpha\boldsymbol{i} + \beta\boldsymbol{j}$ e) $\frac{\alpha\boldsymbol{i}+\beta\boldsymbol{j}}{\sqrt{2}}$

Oppgave 5. Hvilket vektorfelt svarer dette pileplottet til?



a) $y\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j}$ b) $x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}$ c) $-x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}$ d) $-y\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j}$ e) $y\boldsymbol{i} - x\boldsymbol{j}$

Oppgave 6. Hva er divergensen til vektorfeltet $\boldsymbol{v} = xy\boldsymbol{i}$?

a) x b) y c) xy d) $y\boldsymbol{i}$ e) $x + y$

Oppgave 7. Hva er virvlinga til vektorfeltet $\boldsymbol{v} = xy\boldsymbol{i}$?

a) 0 b) $x\boldsymbol{i}$ c) $x\boldsymbol{k}$ d) $y\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j}$ e) $-x\boldsymbol{k}$

Oppgave 8. Hva er (skalar)potensialet til vektorfeltet $\boldsymbol{v} = xy\boldsymbol{i}$?

a) Har ikke potensial. b) $\frac{1}{2}x^2y$ c) $\frac{1}{2}xy^2$ d) xy e) $x^2 + y^2$

Oppgave 9. Hva er strømfunksjonen til vektorfeltet $\boldsymbol{v} = xy\boldsymbol{i}$?

a) x^2+y^2 b) $\frac{1}{2}x^2y$ c) $\frac{1}{2}xy^2$ d) xy e) Har ikke strømfunksjon.

Oppgave 10. Hvilket av følgende alternativer beskriver strømlinjer til vektorfeltet $\boldsymbol{v} = xy\boldsymbol{i}$?

a) Rette linjer gjennom origo.

b) Rette linjer parallelle med y-aksen.

c) Rette linjer parallelle med x-aksen.

d) Sirkler rundt origo.

e) Hyperbler.

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 11. Finn sirkulasjonen til $\boldsymbol{v} = xy\boldsymbol{i}$ rundt randa γ av firkanten $\Gamma : \{0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, z = 0\}$. La den lukkede kurven γ være orientert slik at vi vandrer fra origo langs x-aksen til $x = a$, deretter til punktet $x = a$ og $y = b$, deretter til y-aksen for $y = b$ og så tilbake til origo. Svaret blir:

a) $-\frac{1}{2}ab^2$ b) ab c) a^2b d) $\frac{1}{2}a^2b$ e) $-\frac{1}{2}a^2b$

Oppgave 12. Ei elv renner i x-retning med strømningshastighet $\boldsymbol{v} = c(a^2 - y^2)(b - z)\boldsymbol{i}$ innenfor tverrsnittet $-a \leq y \leq a$ og $-b \leq z \leq 0$. Her tenker vi oss at xy-planet er horisontalt, y-aksen er orientert på tvers av elva, og z-aksen peker oppover. Den integrerte fluksen av strømningshastigheten (også kjent som volumfluksen) gjennom et tverrsnitt av elva er:

a) 0 b) a^3b^2c c) a^2b^2c d) $2a^3b^2c$ e) $2a^2b^2c$

Oppgave 13. I elva beskrevet i forrige oppgave plasserer vi en kuleformet netting med radius $b/2$ fullt nedsenket i vannet. For at netting-ballen skal få plass i elva må vi selvfølgelig ha $a \geq b/2$. Nettingen beskriver altså kuleskallet $x^2 + y^2 + (z + \frac{b}{2})^2 = (\frac{b}{2})^2$, og vi kan tenke oss at nettingen utgjør et oppdrettsanlegg for fjell-ørret. Vi antar at vannet strømmer gjennom nettingen uten å bli forstyrret. Den integrerte fluksen av strømningshastigheten (volumfluksen) ut av netting-ballen er:

a) $\frac{\pi}{2}a^2b^3c$ b) 0 c) πa^2b^3c d) $\frac{3\pi}{2}a^2b^3c$ e) $4\pi a^2b^3c$

Oppgave 14. Dersom strømningshastigheten til elva $\boldsymbol{v} = c(a^2 - y^2)(b - z)\boldsymbol{i}$ måles i m/s, lengde måles i m, og tid måles i s, da må konstanten c måles i:

a) $\frac{1}{\mathrm{m^2 s}}$ b) $\frac{1}{\mathrm{ms}}$ c) $\frac{1}{\mathrm{m^3 s}}$ d) $\frac{1}{\mathrm{s}}$ e) $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Oppgave 15. La oss betrakte et vektorfelt i 3D gitt ved posisjonsvektor $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$. Regn ut den integrerte fluksen av $\boldsymbol{r}$ ut gjennom kuleskallet $x^2 + y^2 + (z + \frac{b}{2})^2 = (\frac{b}{2})^2$ hvor b nå er en dimensjonsløs konstant. Svaret blir:

a) πb^3 b) $\frac{\pi}{2}b^3$ c) $\frac{3\pi}{2}b^3$ d) $2\pi b^3$ e) 0

SLUTT