Viktig informasjon

MEK1100 - Feltteori og vektoranalyse
Tirsdag 23. mars 2021
kl. 15.00 - 17.00 (to timer)

Det er 15 spørsmål. Alle spørsmålene teller like mye. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke *straffet* for å gjette. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng.

Tillatte hjelpemidler: Alle hjelpemidler er tillatt, men det er ikke tillatt å kommunisere eller samarbeide med andre.

Brukerstøtte for hjemmeeksamen:

- Alle studenthenvendelser under hjemmeeksamen skal gå via fakultetets nettskjema: https://www.mn.uio.no/om/hms/koronavirus/brukerstotte/brukerstotte-eksamen-h20.html

Lykke til!

1 Dimensjon av skalarpotensiale

Et virvelfritt kraftfelt $\vec{F}$ har skalarpotensiale ϕ. Hva er de fysiske dimensjonene til ϕ?
Velg ett alternativ:

N N/s m/s Nm N/m

Maks poeng: 1

2 Divergens av vektor

Hva er divergensen til $\vec{u} = xyz(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$?
Velg ett alternativ:

xz $yz + xz + xy$ 0 yz xy

Maks poeng: 1

3 Virvling av vektor

Hva er virvlingen til $\vec{u} = xyz(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$?

Velg ett alternativ:

- $\mathbf{i}(xz - xy) + \mathbf{j}(xy - yz) + \mathbf{k}(yz - xz)$
- $\mathbf{i}(xy - xz) + \mathbf{j}(yz - xy) + \mathbf{k}(xz - yz)$
- $\mathbf{i}(xz - xy)$
- $\mathbf{k}(yz - xz)$
- $\vec{0}$

Maks poeng: 1

4 Divergens av vektor II

Hva er divergensen til $\vec{r} - y\mathbf{i}$, der $\vec{r}$ er posisjonsvektoren?

Velg ett alternativ:

3 -1 $-y$ $3y$ 0

5 Skalarpotensiale av vektorfelt

Et vektorfelt er gitt ved $\vec{v} = (x + y)\mathbf{i} + (x + z)\mathbf{j} + (y + z)\mathbf{k}$. Hva er skalarpotensialet til $\vec{v}$?

Velg ett alternativ:

$x + y$ $\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$ $2x + 2y + 2z$ $\frac{1}{2}(x^2 + z^2) + yx + zy$

Har ikke skalarpotensial.

Maks poeng: 1

6 Sirkulasjon av vektorfelt

Et vektorfelt er gitt ved $\vec{v} = (x+y)\mathbf{i} + (x+z)\mathbf{j} + (y+z)\mathbf{k}$. Hva er sirkulasjonen av $\vec{v}$ rundt en kurve gitt ved $\vec{r} = \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}}\mathbf{i} + \sin\theta\mathbf{j} - \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}}\mathbf{k}$, der $\theta \in [0, 2\pi]$?

Velg ett alternativ:

0 2 $\frac{x+z}{2}$ $\frac{x+y}{\sqrt{2}}$ $2x + 2y + 2z$

Maks poeng: 1

7 Kurveintegral

En ellipse C er parametrisert ved $\vec{r} = a\cos\theta\mathbf{i} + b\sin\theta\mathbf{j}$, der a og b er reelle tall større enn null, og $\theta \in [0, 2\pi]$. Gitt et vektorfelt $\vec{v} = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j}$. Hva blir kurveintegralet $\oint_C \vec{v} \times d\vec{r}$?

Velg ett alternativ:

$\mathbf{k}2\pi ab$ 0 $\mathbf{k}2\pi a^2b^2$ $(\mathbf{i}+\mathbf{j})2\pi a^2b^2$ $\vec{0}$

Maks poeng: 1

8 Indeksnotasjon

Hva er $\left((\nabla \cdot \vec{u})\vec{a} + \nabla \times \vec{b}\right)_i$ skrevet med indeksnotasjon?

Velg ett alternativ:

$\frac{\partial u_i}{\partial x_i}a_j + \epsilon_{ijk}\frac{\partial b_k}{\partial x_j}$ $\frac{\partial u_j}{\partial x_j}a_i + \epsilon_{ijk}\frac{\partial b_j}{\partial x_i}$ $\frac{\partial u_j}{\partial x_j}a_i + \epsilon_{ijk}\frac{\partial b_j}{\partial x_i}$ $\frac{\partial u_j}{\partial x_j}a_i + \epsilon_{ijk}\frac{\partial b_k}{\partial x_j}$

$\frac{\partial u_j}{\partial x_j}a_k + \epsilon_{ijk}\frac{\partial b_k}{\partial x_j}$

Maks poeng: 1

9 Flateelement

En flate er parametrisert med $\vec{r}(u, v) = 2uv\mathbf{i} + (v^2 - u^2)\mathbf{j}$. Hva er flateelementet $d\sigma$?

Velg ett alternativ:

- $\frac{dudv}{4(v^2+u^2)}$
- $\mathbf{k}dudv$
- $4(v^2 + u^2)dudv$
- $\mathbf{k}4(v^2 + u^2)dudv$
- $dudv$

Maks poeng: 1

10 Strømfunksjon

Et hastighetsfelt er gitt ved $\vec{u} = \cos x \sin y\mathbf{i} - \sin x \cos y\mathbf{j}$. Hva blir strømfunksjonen $\psi(x, y)$ til dette feltet?

Velg ett alternativ:

- $\psi = \cos y \sin x + C$
- $\psi = \sin x \sin y$
- $\psi = \cos x \cos y + C$
- $\text{Har ikke strømfunksjon}$
- $\psi = \tan x \tan y + C$

Maks poeng: 1

11 Sirkulasjon av vektorfelt II

Et vektorfelt er gitt ved $\vec{u} = xy\mathbf{i}$. Hva blir sirkulasjonen $\oint_C \vec{u} \cdot d\vec{r}$ rundt en trekant med hjørner i (0, 0), (1, 0) og (0, 1)? Sirkulasjonen går mot klokka, dvs fra (0, 0) til (1, 0), så til (0, 1) og til slutt tilbake til (0, 0).

Velg ett alternativ:

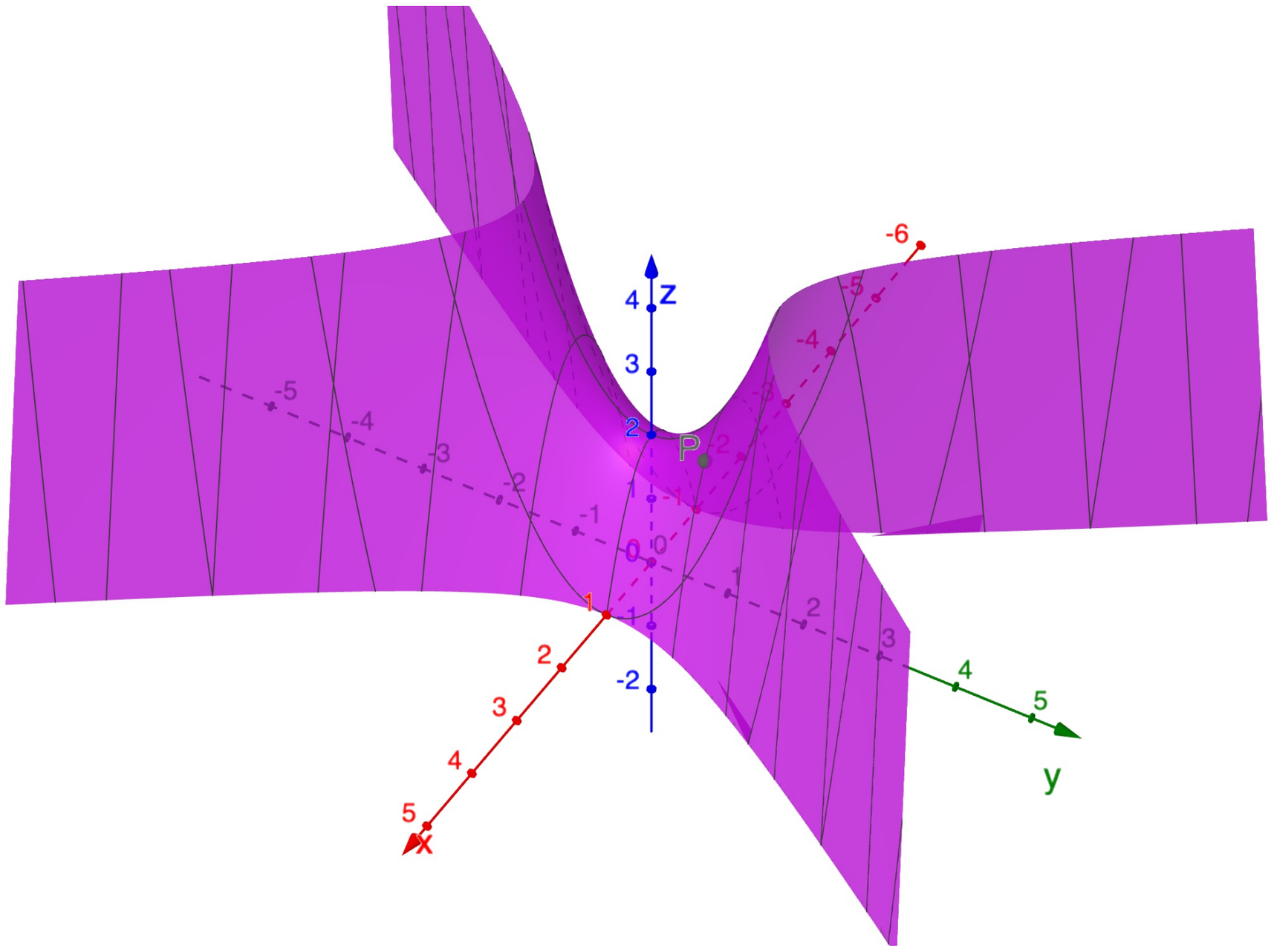
- $\frac{1}{6}$
- -1
- 1
- $-\frac{1}{6}$
- 0

Maks poeng: 1

12

Retningsderivert

Et terreng er gitt ved høyden $h(x, y) = 2 - (2x^2 - y^2)$, som illustrert under. Vi markert inn et punkt P i terrenget ved $(x, y) = (0.5, 1)$. Hva er den retningsderiverte av $h(x, y)$ i punktet P i retningene $\mathbf{i}$ og $\mathbf{j}$? (I svaralternativene under er det to tall, det første for retningsderivert langs x-aksen, og det andre for y-aksen.)



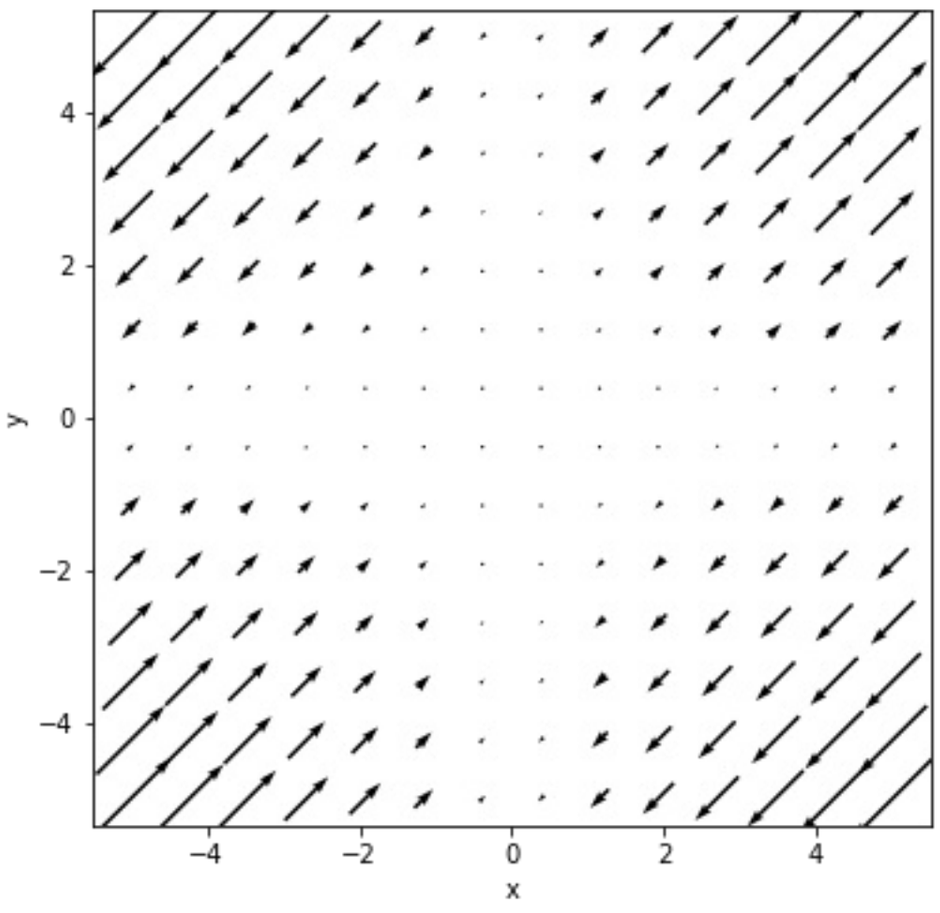
Velg ett alternativ:

$(0, 0)$ $(-1, 1)$ $(2, -2)$ $(-2, 2)$ $(-4, 4)$

Maks poeng: 1

13 Pilplott

Hvilket vektorfelt svarer pilplottet til?



Velg ett alternativ:

$\vec{u} = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j}$

$\vec{u} = \frac{1}{x}\mathbf{i} + \frac{1}{y}\mathbf{j}$

$\vec{u} = x\mathbf{i} - y\mathbf{j}$

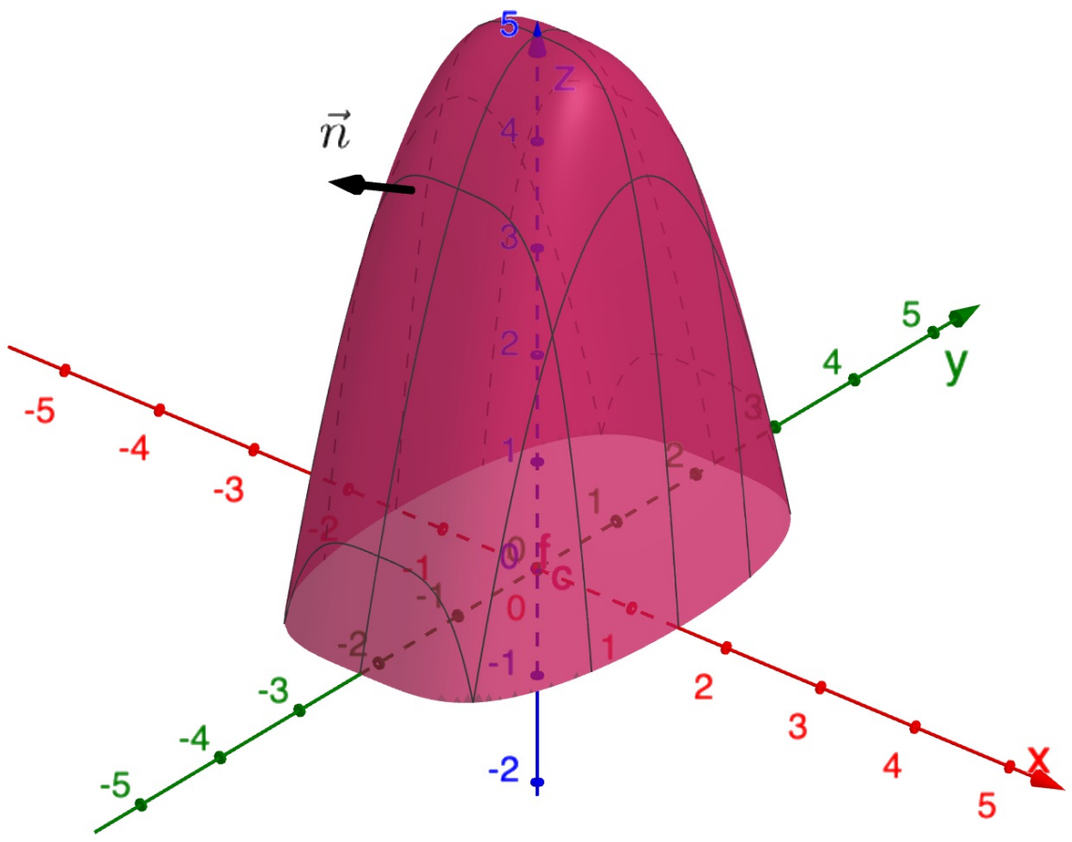
$\vec{u} = -x\mathbf{i} - y\mathbf{j}$

$\vec{u} = xy\mathbf{i} + yx\mathbf{j}$

Maks poeng: 1

14 Enhetsnormalvektor til flate

En flate A er beskrevet av $z = 5 - (x^4 + y^2)$, der $z \geq 0$. Flaten er illustrert under. Hva er enhetsnormalvektor $\vec{n}$ til flaten?



Velg ett alternativ:

$\mathbf{k}$	$\frac{4x^3\mathbf{i}+2y\mathbf{j}-\mathbf{k}}{\sqrt{16x^4+4y^2+1}}$	$4x^3\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + \mathbf{k}$	$\frac{4x^3\mathbf{i}+2y\mathbf{j}+\mathbf{k}}{\sqrt{16x^6+4y^2+1}}$	$\mathbf{i}$

Maks poeng: 1

15 Fluks

Se igjen på flaten A fra oppgave 14, beskrevet av $z = 5 - (x^4 + y^2)$. Gitt et vektorfelt $\vec{u} = \sqrt{5 - x^4}\mathbf{k}$, hva er fluksen ut av flaten $\int_A \vec{u} \cdot \vec{n} d\sigma$?

Velg ett alternativ:

$16\sqrt[4]{5}$	$16\sqrt{5}$	8	0	5

Maks poeng: 1