Viktig informasjon

MEK1100 - Feltteori og vektoranalyse
Tirsdag 22. mars 2022
kl. 09.00 - 11.00 (to timer)

Det er 15 spørsmål. Alle spørsmålene teller like mye. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke *straffet* for å gjette. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng.

Tillatte hjelpemidler: K. Rottmann: Matematische Formelsamlung og godkjent kalkulator.

Lykke til!

1 Dimensjon av skalarpotensiale

Et virvelfritt hastighetsfelt $\vec{v}$ har skalarpotensiale ϕ. Hva er de fysiske dimensjonene til ϕ?
Velg ett alternativ:

m/s m m^2/s N/s Nm

Maks poeng: 1

2 Divergens av vektor

Hva er divergensen til $\vec{u} = xy(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$?
Velg ett alternativ:

xy $yz + xz + xy$ $y + x$ 0 xz

Maks poeng: 1

3 Virvling av vektor

Hva er virvlingen til $\vec{u} = xy(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$?
Velg ett alternativ:

- $\mathbf{i}(xz - xy)$
- $\mathbf{i}(xz - xy) + \mathbf{j}(xy - yz) + \mathbf{k}(yz - xz)$
- $\mathbf{i}(xy - xz) + \mathbf{j}(yz - xy) + \mathbf{k}(xz - yz)$
- $\vec{0}$
- $\mathbf{i}x - \mathbf{j}y + \mathbf{k}(y - x)$

Maks poeng: 1

4 Skalarpotensiale av vektorfelt

Et vektorfelt er gitt ved $\vec{v} = z\mathbf{i} + y\mathbf{j} + x\mathbf{k}$. Hva er skalarpotensialet til $\vec{v}$?
Velg ett alternativ:

- Har ikke skalarpotensial.
- $\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$
- $zx + \frac{1}{2}y^2$
- $\frac{1}{2}(x^2 + z^2) + yx + zy$
- $x + y$

Maks poeng: 1

5 Kurveintegral

En ellipse C er parametrisert ved $\vec{r} = a\cos\theta\mathbf{i} + b\sin\theta\mathbf{j}$, der a og b er reelle tall større enn null, og $\theta \in [0, 2\pi]$. Gitt et vektorfelt $\vec{v} = x\mathbf{i} + \mathbf{j}$. Hva blir kurveintegralet $\oint_C \vec{v} \times d\vec{r}$? (Hint: $\int \cos^2\theta d\theta = \frac{1}{2}(\theta + \sin\theta\cos\theta) + \mathbf{konstant}$)

Velg ett alternativ:

$(\mathbf{i}+\mathbf{j})2\pi a^2b^2$ $\quad$ $\vec{0}$ $\quad$ $\mathbf{k}\pi ab$ $\quad$ 0 $\quad$ $\mathbf{k}2\pi a^2b^2$

Maks poeng: 1

6 Taylor serie i to variable

En funksjon er gitt ved $f(x,y) = \sin x \cos y$. Hvilket alternativ er en første ordens Taylor approksimasjon til f rundt origo?

Velg ett alternativ:

$f(x,y) \approx x\sin y - y\cos x$ $\quad$ $f(x,y) \approx y$ $\quad$ $f(x,y) \approx x + y$

$f(x,y) \approx x$ $\quad$ $f(x,y) \approx x\cos x\cos y - y\sin x\sin y$

Maks poeng: 1

7 Flateelement

En flate er parametrisert med $\vec{r}(u,v) = au\cos v\mathbf{i} + bu\sin v\mathbf{k}$. Hva er flateelementet $d\sigma$?

Velg ett alternativ:

$\mathbf{k}abududv$ $\mathbf{k}abdudv$ $abududv$ $dudv$ abv^2dudv

Maks poeng: 1

8 Sirkulasjon av vektorfelt II

Et vektorfelt er gitt ved $\vec{u} = xy\mathbf{j}$. Hva blir sirkulasjonen $\oint_C \vec{u}\cdot d\vec{r}$ rundt et kvadrat med hjørner i (0, 0), (1, 0), (1, 1) og (0, 1)? Sirkulasjonen går mot klokka, dvs først fra (0, 0) til (1, 0), så til (1, 1), så til (0, 1) og til slutt tilbake til (0, 0).

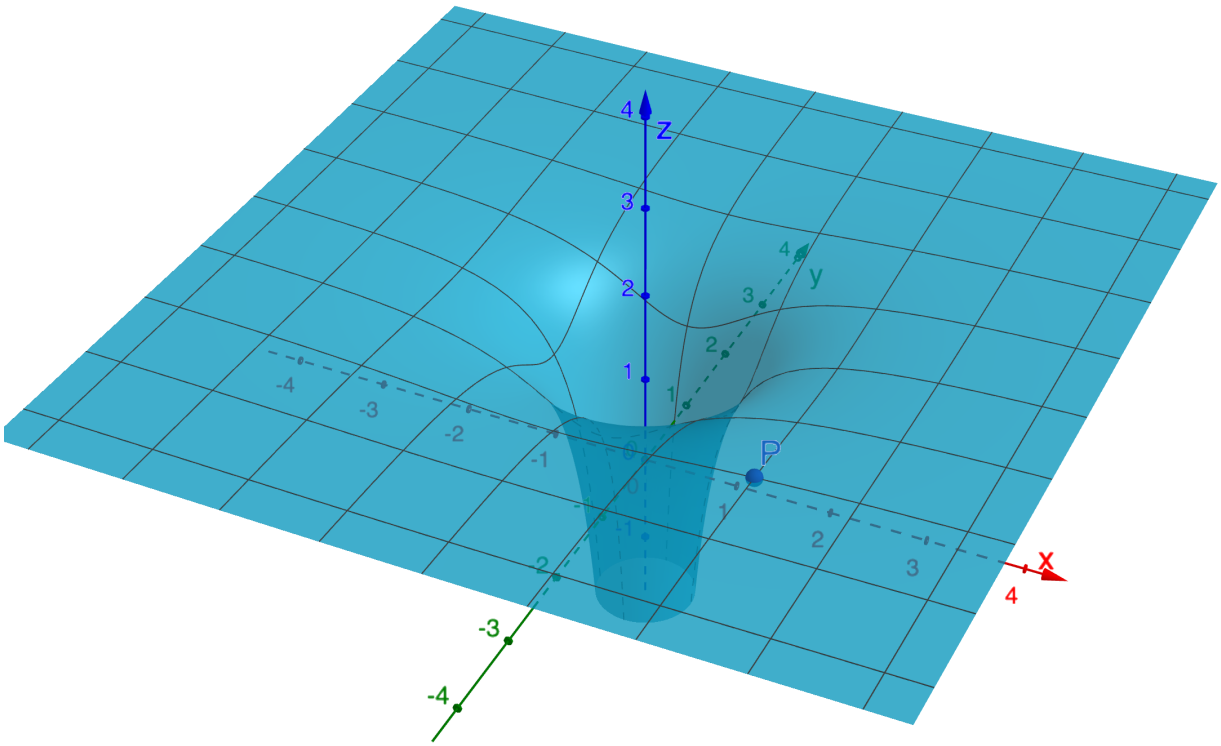
Velg ett alternativ:

$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$ 0 $-\frac{1}{6}$

Maks poeng: 1

9 Retningsderivert

Et funksjon $f(x,y) = 2 - \frac{1}{x^2+y^2}$, er illustrert som høyden z i figuren under. Vi har markert inn et punkt P i flaten ved $(x,y) = (2,-2)$. Hva er den retningsderiverte av $f(x,y)$ i punktet P i retningene $\mathbf{i}$ og $\mathbf{j}$? (I svaralternativene under er det to tall, det første for retningsderivert langs x-aksen, og det andre for y-aksen.)



Velg ett alternativ:

$(0,0)$ $\left(\frac{1}{32},\frac{1}{32}\right)$ $(-2,2)$ $\left(\frac{1}{16},-\frac{1}{16}\right)$ $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$

Maks poeng: 1

10 Volumstrøm

Gitt et strømningsfelt med hastighetsvektor $\vec{u}$, og en vilkårlig flate A med enhetsflatenormalvektor $\vec{n}$. Hvilket alternativ representerer volumstrømmen (fluksen) av $\vec{u}$ gjennom flaten A?

Velg ett alternativ:

- $\oint_A \vec{u} \times \vec{n} d\sigma$
- $\int_A \vec{u} \times \vec{n} d\sigma$
- $\oint_A \vec{u} \cdot \vec{n} d\sigma$
- $\int_A \vec{u} \cdot \vec{n} d\sigma$
- $\int_A \nabla \cdot \vec{u} d\sigma$

Maks poeng: 1

11 Strømlinjer

Hvilket av følgende alternativer beskriver strømlinjer til vektorfeltet $\vec{u} = x z \mathbf{k}$?

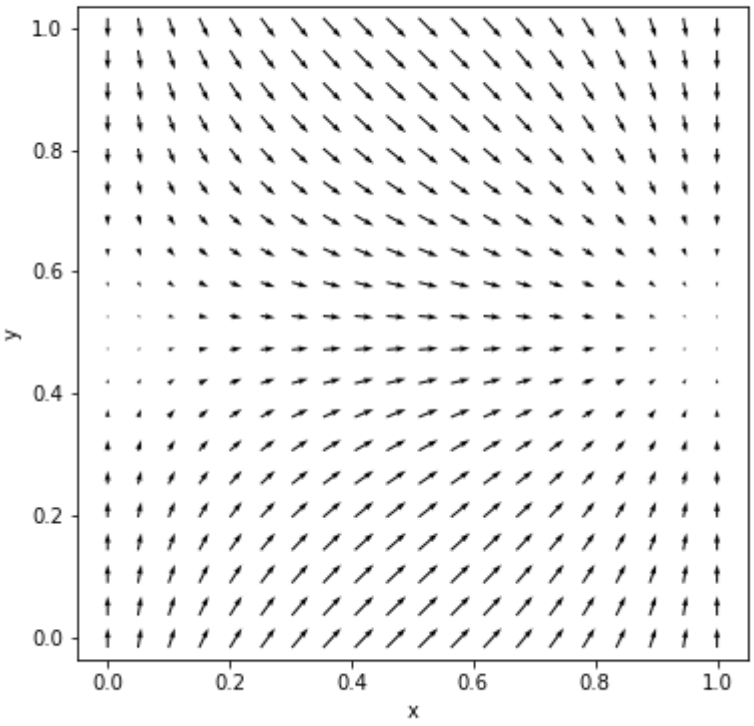
Velg ett alternativ

- Sirkler rundt origo
- Rette linjer parallelle med x-aksen
- Rette linjer parallelle med z-aksen
- Rette linjer parallelle med x- og z-aksene
- Rette linjer gjennom origo

Maks poeng: 1

12 Pilplott

Hvilket vektorfelt svarer pilplottet til?



Velg ett alternativ:

$\vec{u} = \sin(x\pi)\mathbf{i} - \cos(y\pi)\mathbf{j}$

$\vec{u} = \sin(2x\pi)\mathbf{i} + \cos(2y\pi)\mathbf{j}$

$\vec{u} = xy\mathbf{i} + yx\mathbf{j}$

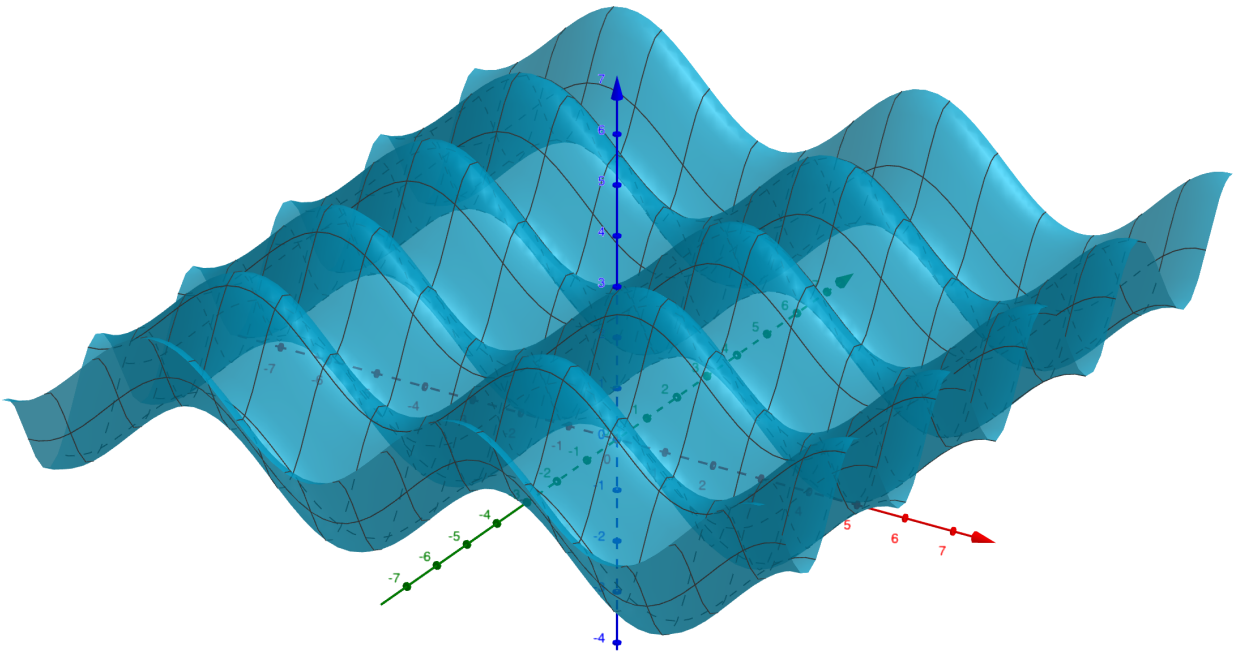
$\vec{u} = \sin(x\pi)\mathbf{i} + \cos(y\pi)\mathbf{j}$

$\vec{u} = -\sin(x\pi)\mathbf{i} + \cos(y\pi)\mathbf{j}$

Maks poeng: 1

13 Flateelement II

En flate A er beskrevet av $z = \sin x - \cos 2y + 2$. Flaten er illustrert under. Hva er flateelementet $\vec{n}d\sigma$ til A?



Velg ett alternativ

$\frac{\cos x\mathbf{i}+2\sin 2y\mathbf{j}+\mathbf{k}}{\cos^2 x+4\sin^2 2y+1}$

$(-\sin x\mathbf{i} - 2\cos 2y\mathbf{j} + \mathbf{k})dxdy$

$dxdy$

$(-\cos x\mathbf{i} - 2\sin 2y\mathbf{j} + \mathbf{k})dxdy$

$\frac{-\sin x\mathbf{i}-2\cos 2y\mathbf{j}+\mathbf{k}}{\sqrt{\cos^2 x+4\sin^2 2y+1}}dxdy$

Maks poeng: 1

14 Strømfunksjon

To vektorfelt er gitt ved $\vec{v} = y^2\mathbf{i} - 2xy\mathbf{j}$ og $\vec{w} = (x^2 - y)\mathbf{i} + \mathbf{j}$. Hvilket alternativ er en strømfunksjon $\psi(x, y)$ til $\vec{u} = \vec{v} + \vec{w}$?

Velg ett alternativ:

- $\mathbf{Har\ ikke\ strømfunksjon}$
- $\psi(x, y) = -x^2y - \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{2}y^2 + x$
- $\psi(x, y) = -x^2y^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}y^2 + x$
- $\psi(x, y) = x^2 + y^2 + x$
- $\psi(x, y) = -x^2y + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}y^2 + x$

Maks poeng: 1

15 Fluks

En flate S er gitt ved $z = x^2 - y^2 + 2$. Hva blir fluksen av vektorfeltet $\vec{v} = (4x^2 + 4y^2 + 1)\mathbf{k}$ gjennom den delen av flaten S som er begrenset av $0 \leq x \leq 1$ og $0 \leq y \leq 1$. La normalvektoren til S ha samme fortegn i z-retning som $\vec{v}$.

Velg ett alternativ:

- $\frac{4}{3}$
- $\frac{11}{3}$
- 0
- $\frac{11}{5}$
- $\frac{3}{4}$

Maks poeng: 1