Viktig informasjon

MEK1100 - Feltteori og vektoranalyse
Torsdag 21. mars 2024
kl. 09.00 - 11.00 (to timer)

Det er 15 spørsmål. Alle spørsmålene teller like mye. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke *straffet* for å gjette.

Tillatte hjelpemidler: K. Rottmann: Matematische Formelsamlung og godkjent kalkulator.

Lykke til!

1 Dimensjon av vektorfelt

Virvlingen til vektorfeltet $\vec{u}$, $\nabla \times \vec{u}$, har dimensjon m. Hva er den fysiske dimensjonen til $\vec{u}$?
Velg ett alternativ:

1 $1/m$ m m/s m^2

Maks poeng: 1

2 Divergens av vektor

Hva er divergensen til $\vec{u} = z\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y\mathbf{k}$?
Velg ett alternativ:

y 0 1 $y + x$ $x + y + z$

Maks poeng: 1

3 Virvling av vektor

Hva er virvlingen til $\vec{u} = xz(\mathbf{i} + \mathbf{k})$?

Velg ett alternativ:

- $\vec{0}$
- $\mathbf{i}(x - z) + \mathbf{j}(z - x) + \mathbf{k}(x - z)$
- $\mathbf{j}(x - z)$
- $\mathbf{k}(z - x)$
- $\mathbf{j}(z - x)$

Maks poeng: 1

4 Skalarpotensiale av vektorfelt

Et vektorfelt er gitt ved $\vec{v} = \vec{r} - 2(\mathbf{i} + \mathbf{j})$ der $\vec{r}$ er posisjonsvektoren. Hva er skalarpotensialet til $\vec{v}$?

Velg ett alternativ:

- $\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) + 4$
- $\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$
- **Har ikke skalarpotensial.**
- $\frac{1}{2}\vec{r} \cdot \vec{r} + 2(x + y) + 4$
- $\frac{1}{2}\vec{r} \cdot \vec{r} - 2(x + y)$

Maks poeng: 1

5 Kurveintegral

En kurve C er parametrisert ved $\vec{r} = \cos\theta\mathbf{i} + 2\sin\theta\mathbf{k}$, der $0 \leq \theta \leq \pi$. Gitt et vektorfelt $\vec{v} = \frac{1}{2}z\mathbf{k}$. Hva blir kurveintegralet $\int_C \vec{v} \times d\vec{r}$? (Hint: $\int \sin^2\theta d\theta = \frac{1}{2}(\theta - \sin\theta\cos\theta) + \mathbf{konstant}$)

Velg ett alternativ:

$\mathbf{j}2\pi$	$-\mathbf{j}\frac{\pi}{2}$	$(\mathbf{i}+\mathbf{k})2\pi$	$\mathbf{k}\pi$	$-\mathbf{j}\pi$
○	○	○	○	○

Maks poeng: 1

6 Taylor rekke i to variable

En funksjon er gitt ved $f(x,y) = e^x \sin y$. Hvilket alternativ er en andre ordens Taylor approksimasjon til f rundt origo?

Velg ett alternativ:

- $f(x,y) \approx y + xy$
- $f(x,y) \approx 1 + x + y$
- $f(x,y) \approx (1+x)\sin y$
- $f(x,y) \approx x + xy$
- $f(x,y) \approx x + y$

Maks poeng: 1

7 Flateelement

En flate er parametrisert med $\vec{r}(u,v) = u\sin v\mathbf{i} - u\cos v\mathbf{j}$. Hva er flateelementet $d\sigma$?
Velg ett alternativ:

$\mathbf{j}ududv$ $vdudv$ $dudv$ $\mathbf{k}dudv$ $ududv$

Maks poeng: 1

8 Sirkulasjon av vektorfelt II

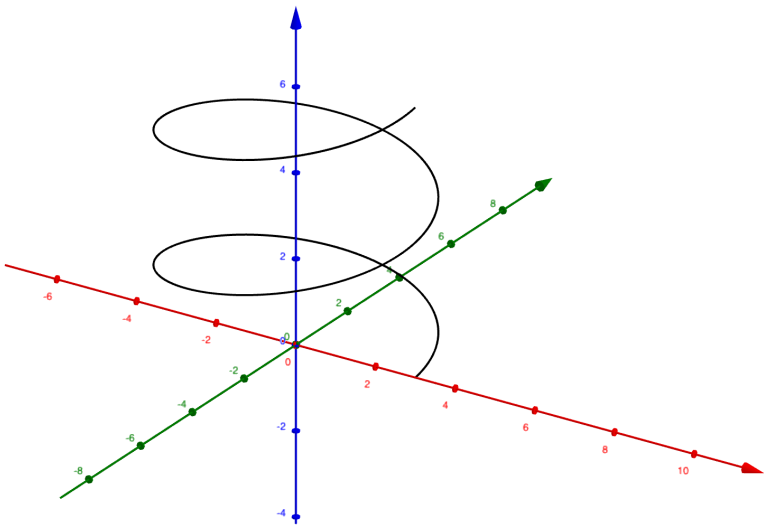
Et vektorfelt er gitt ved $\vec{u} = xy\mathbf{j}$. Hva blir sirkulasjonen $\oint_C \vec{u}\cdot d\vec{r}$ rundt en trekant med hjørner i (0, 0), (1, 1) og (1, -1)? Sirkulasjonen går med klokka, dvs. fra (0, 0) til (1, 1), så til (1, -1) og til slutt tilbake til (0, 0).
Velg ett alternativ:

$-\frac{2}{3}$ 0 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ $-\frac{1}{3}$

Maks poeng: 1

9 Buelengde

En spiral er parametrisert ved $\vec{r}(t) = 3\sin\theta\mathbf{i} + 3\cos\theta\mathbf{j} + \frac{1}{2}\theta\mathbf{k}$ der $0 \leq \theta \leq 4\pi$. Hva er buelengden til spiralen?



Velg ett alternativ:

- $2\pi\sqrt{37}$
- 13π
- 12π
- $2\pi\sqrt{35}$
- 11π

Maks poeng: 1

10 Volumstrøm

Gitt et strømningsfelt med hastighetsvektor $\vec{u} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$, og den lukkede flaten A til en enhetsterning med sider $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$. Hva er den integrerte volumstrømmen (fluksen) av $\vec{u}$ gjennom flaten A?

Velg ett alternativ:

- 0
- 2
- 3
- $A\vec{u}$
- 1

Maks poeng: 1

11 Strømlinjer

Hvilket av følgende alternativer beskriver strømlinjer til vektorfeltet $\vec{u} = (z - 1)\mathbf{i} - 2x\mathbf{k}$?

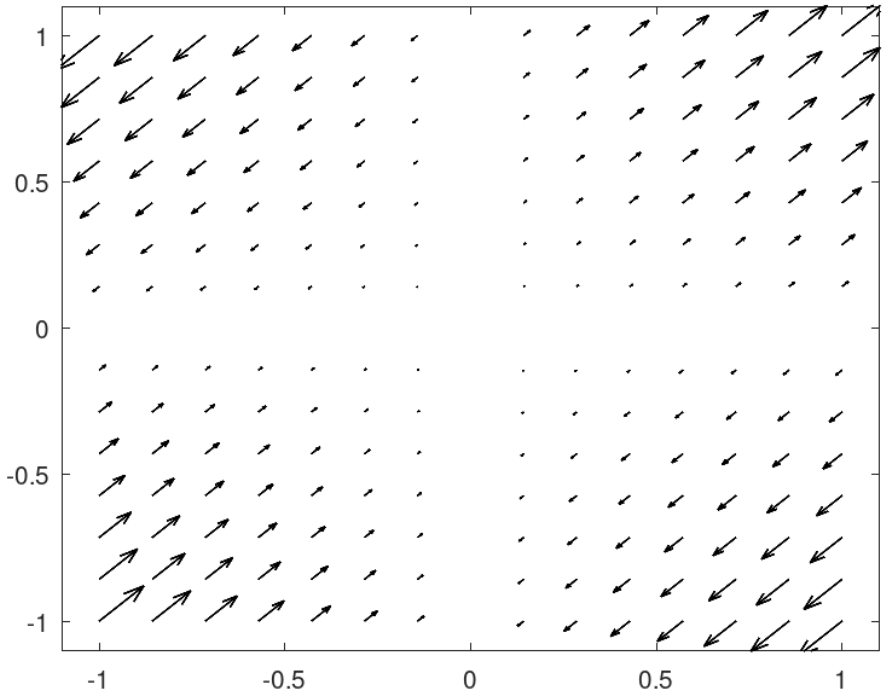
Velg ett alternativ

- Sirkler rundt et punkt utenom origo i x-z planet
- Rette linjer parallelle med x- og z-aksene
- Sirkler rundt origo i x-z planet
- Ellipser i x-z planet
- Rette linjer $z = 2x + c$

Maks poeng: 1

12 Pilplott

Hvilket vektorfelt svarer pilplottet til?



Velg ett alternativ:

$\vec{u} = xy\mathbf{i} - xy\mathbf{j}$

$\vec{u} = -x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j}$

$\vec{u} = xy\mathbf{i} + yx\mathbf{j}$

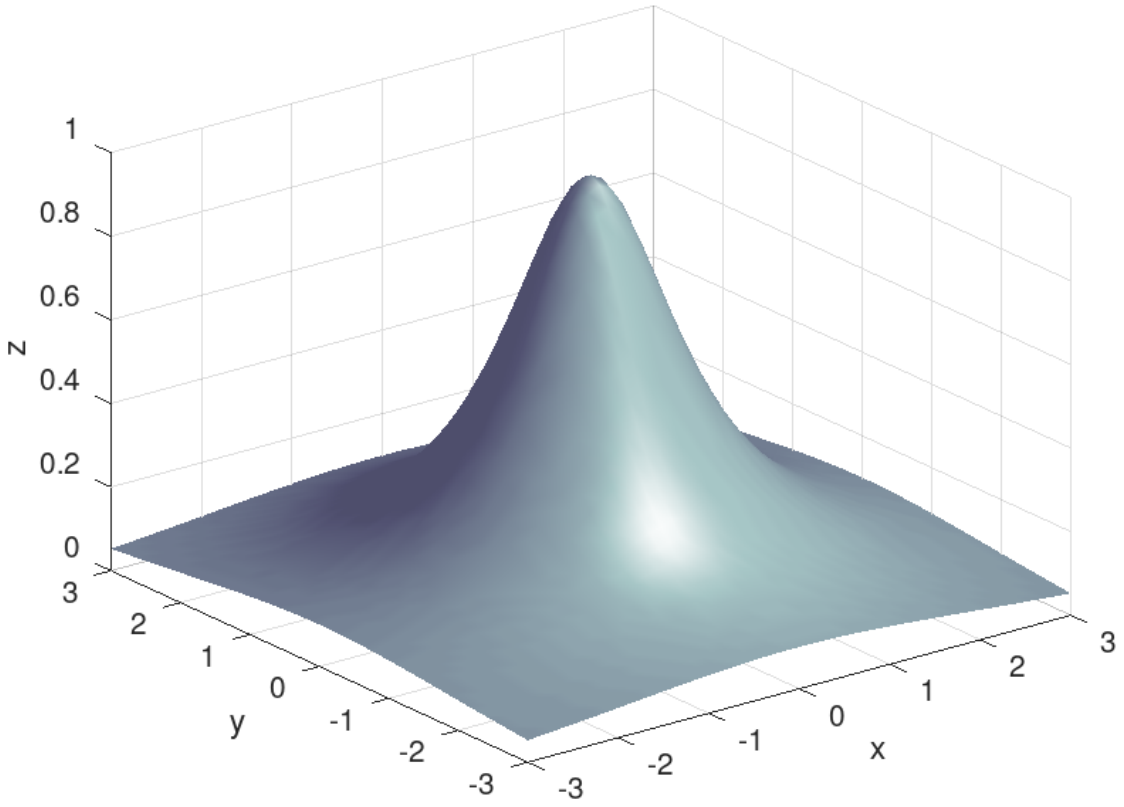
$\vec{u} = \sin(2x\pi)\mathbf{i} + \cos(2y\pi)\mathbf{j}$

$\vec{u} = x^2\mathbf{i} - y^2\mathbf{j}$

Maks poeng: 1

13 Flateelement II

En flate A er beskrevet av $z = \frac{1}{1+x^2+y^2}$. Flaten er illustrert under. Hva er flateelementet $\vec{n}d\sigma$ til A når $\vec{n}$ peker i positiv z-retning?



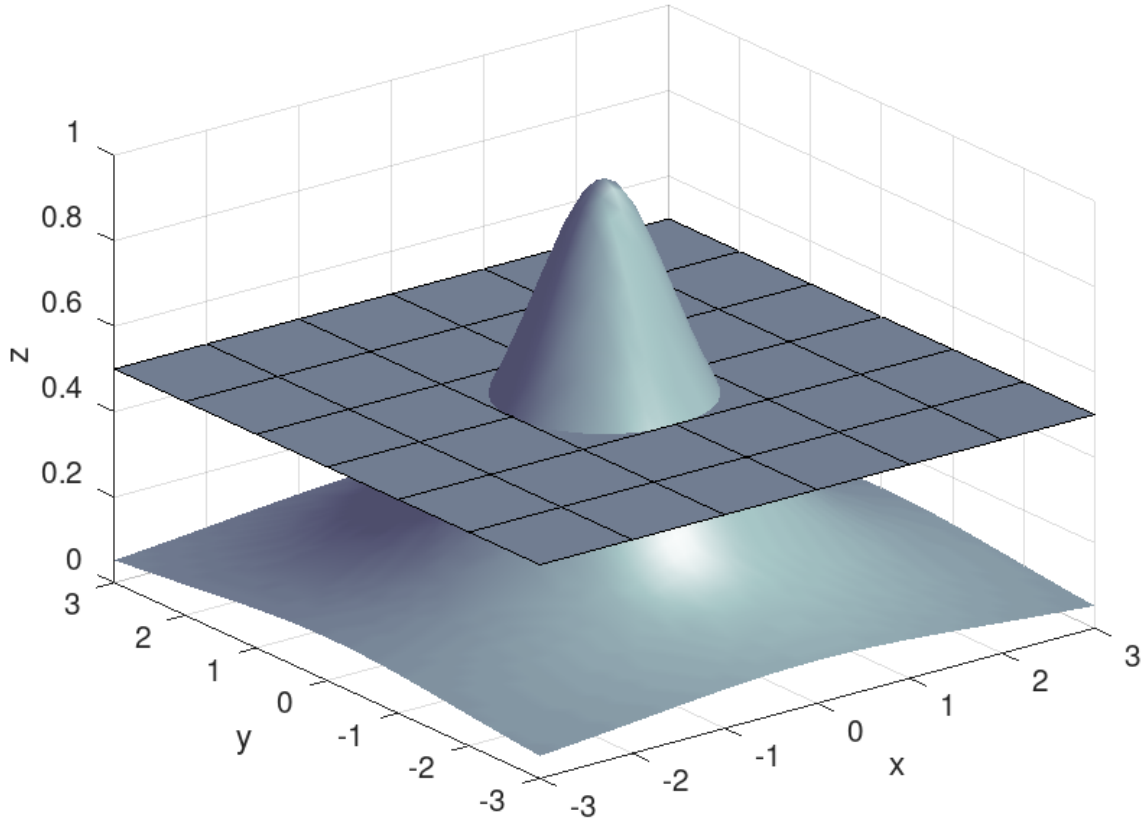
Velg ett alternativ

- $(\frac{2x}{(1+x^2+y^2)^2}\mathbf{i} + \frac{2y}{(1+x^2+y^2)^2}\mathbf{j} + \mathbf{k})dxdy$
- $(-\frac{2x}{(1+x^2+y^2)^2}\mathbf{i} - \frac{2y}{(1+x^2+y^2)^2}\mathbf{j} + \mathbf{k})dxdy$
- $dxdy$
- $(\frac{2y}{(1+x^2+y^2)^2}\mathbf{i} + \frac{2x}{(1+x^2+y^2)^2}\mathbf{j} + \mathbf{k})dxdy$
- $\mathbf{k}dxdy$

Maks poeng: 1

14 Fluks

En flate S er gitt ved $z = \frac{1}{1+x^2+y^2}$ og $z \geq \frac{1}{2}$ illustrert av den delen av den krumme flaten som er over det plane kuttet i figuren under. Hva blir fluksen av vektorfeltet $\vec{v} = \mathbf{k}$ gjennom flaten S? La normalvektoren til S peke ut av flaten og oppover langs z-aksen.



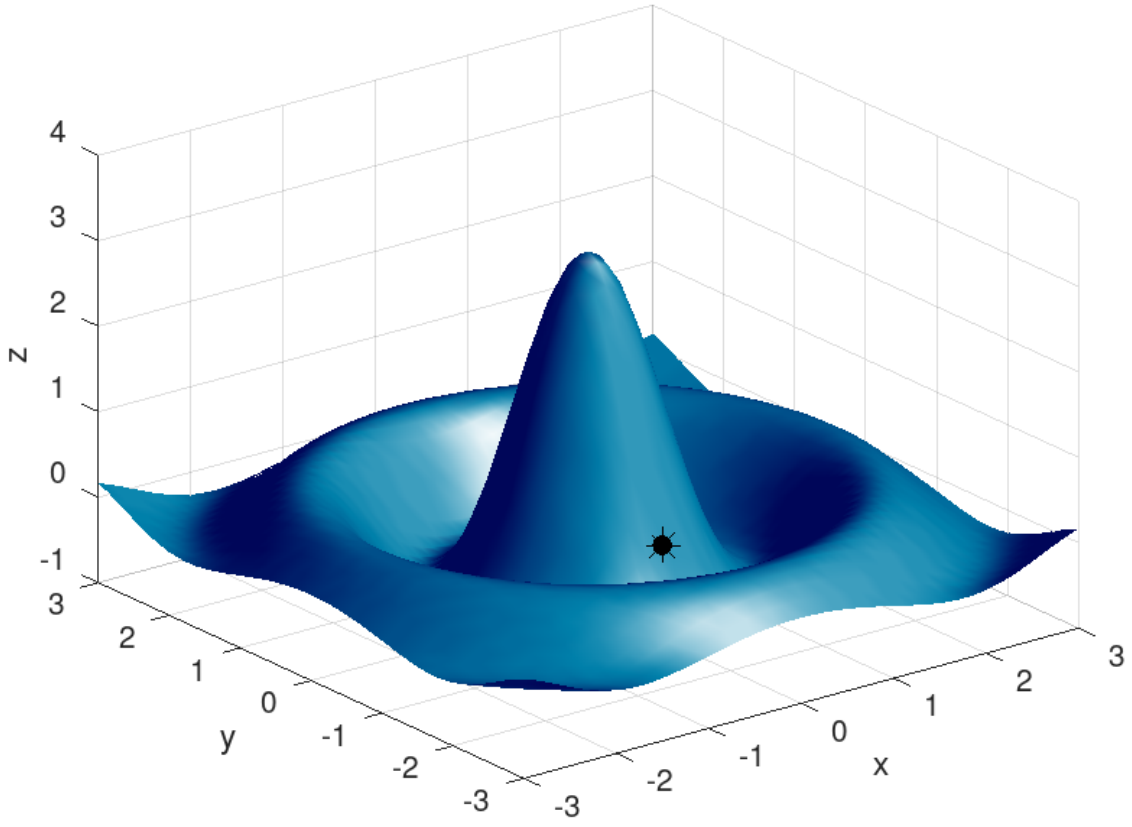
Velg ett alternativ:

$\frac{\pi}{2}$ 4π 2π $\frac{4\pi}{3}$ π

Maks poeng: 1

15 Retningsderivert

En funksjon $f(x,y) = \frac{\sin(\pi\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}}$ er illustrert som høyden z i figuren under. Figuren viser derfor en ekviskalarflate til skalarfeltet $\beta(x,y,z) = f(x,y) - z$. Vi har markert inn et punkt P i flaten ved $(x,y,z) = (0,-1,f(0,-1))$. Hva er den retningsderiverte av $\beta(x,y,z)$ i punktet P i den retningen som peker direkte inn mot z-aksen (dvs, i retningen $\mathbf{j}$)?



Velg ett alternativ:

1	$\frac{1}{\pi}$	0	π	$-\pi$
○	○	○	○	○

Maks poeng: 1