Oppgave, viskøs kanalstrøm med energibetraktning, MEK2200, H22

JG, UiO

September 22, 2022

Vi betrakter stasjonær strømning i en to-dimensjonalt kanal. Bevegelsen er inkompressibel. I første del av oppgaven er (2D-)kanalen horisontal, der to forskjellige fluider ligger over hverandre. Tettheten i øvre lag er mindre enn tettheten i nedre lag. Se figur 1.

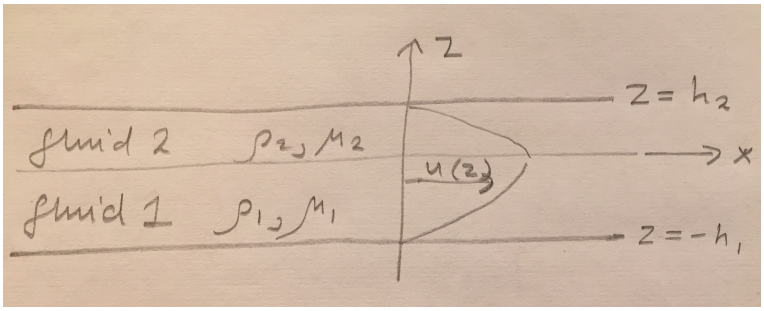


Figure 1: Definisjonsskisse, kanalstrøm med to fluider

Horisontal x-akse innføres langs grenseflaten mellom de to fluidene. z-aksen er vertikal. Fluid 1 ligger mellom $-h_1 < z < 0$. Fluid 2 ligger mellom $0 < z < h_2$.

Strømningen drives av en konstant trykkgradient i x-retningen, gitt ved $\partial p/\partial x = -\beta$.

Vi antar at hastighetsfeltet er på formen $\mathbf{v} = u(z)\mathbf{i}$ der $u(z) = u_1(z)$ i nedre fluid og $u(z) = u_2(z)$ i øvre fluid.

Det er heft ved øvre og nedre rand ved $z = -h_1, h_2$.

1) Formuler kinematisk randbetingelse ved $z = -h_1$ og $z = h_2$.

2) Formuler kinematisk randbetingelse ved $z = 0$.

3) Formuler dynamisk randbetingelse ved $z = 0$.

4) Bruk bevegelsesligningen i hvert fluid til å bestemme hastighetsprofilet i hvert fluid, der randbetingelsene i punktene 1-3) brukes.

5) Sett $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ og $h_1 = h_2 = h$ (de to fluidene er like, og øvre og nedre rand er ved $z = \pm h$).

Bestem dissipasjonen i fluidet per tidsenhet (gjennomgått 19. september) i en seksjon av kanalen ved horisontal posisjon x, der vertikal integrasjon skal foretas.

6) Sett opp et uttrykk for trykkraftens arbeid per tidsenhet, på fluidvolumet illustrert i figur 2. Regn ut dette arbeidet. Ved å dele på lengden Δx og ta grenseovergangen $\Delta x \to 0$ oppnår man at trykkets arbeid per tidsenhet og per seksjon er lik dissipasjonen i fluidet.

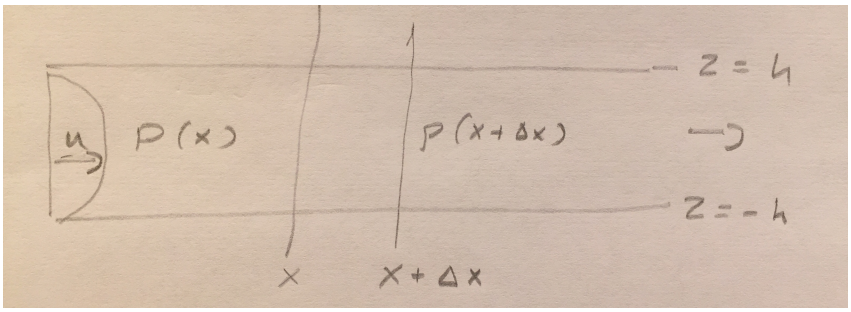


Figure 2: Fluidvolum begrenset av posisjonene x og $x + \Delta x$

7) Bestem vertikalmidlet hastighet.

8)

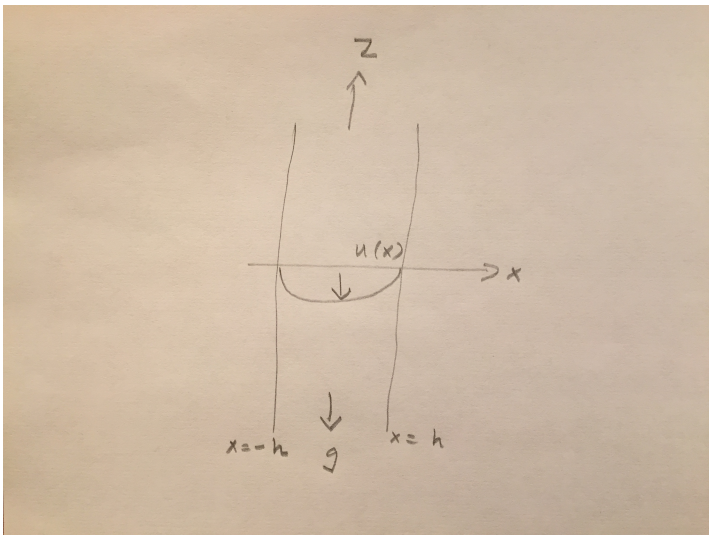


Figure 3: Vertikal kanalstrøm i tyngdefeltet

Figur 3 viser vertikalstrøm i tyngdefeltet. Strømningen er inkompressibel. Tettheten er ρ, dynamisk viskositet er μ og kinematisk viskositet er ν. Tyngdeakselerasjonen g virker langs vertikalen. Strømningen er stasjonær.

Bestem hastighetsprofilet.

9) Bestem horisontalmidlet hastighetsprofil.

10) Bestem den seksjonsvise disipasjonen per tidsenhet.

11) Bestem tyngdens seksjonsvise arbeid per tidsehet.

12)

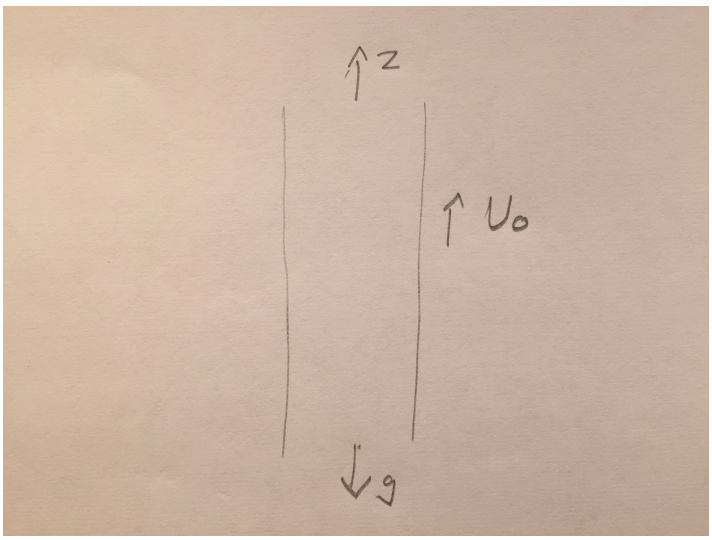


Figure 4: Kanal har vertikalhastighet U_0

Den vertikale kanalen har nå en hastighet U_0.

Bestem hastighetsfeltet.

13) Bestem U_0 slik at horisontalmidlet hastighet er lik null, dvs. at det ikke er noen netto vertikal hastighet.

14) Bestem den seksjonsvise dissipasjonen per tidsenhet.

15) Hvorfor er det seksjonsvise arbeidet til tyngdekraften lik null i dette tilfellet? Begrunn svaret.

16) Bestem skjærspenningen på sideveggene. Bestm skjærkreftenes arbeid pr tidsenhet per seksjon i dette tilfellet.