

MEK3230 V13, OBLIG1, frist 14. mars kl. 1430

Ligningen

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \sqrt{gh} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \sqrt{gh} \frac{h^2}{6} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0 \quad (1)$$

er en modell for lange gruntvannsbølger med svak dispersjon (η bølgehevning, g tyngdeakselerasjon, h vanndyp, x horisontal koordinat, t tid)

1) sett $\eta(x, t) = A_0 \cos(kx - \omega t)$ og bestem dispersjonsrelasjonen.

2) Innfør dimensjonsløs tid $t^* = t\sqrt{g/h}$, dimensjonsløs lengde $x^* = x/h$ og dimensjonsløs hevning $\eta^* = \eta/h$. Hvordan blir ligningen på dimensjonsløs form?

3) Innfør transformasjonen $x = z + t$ og overflatehevningen $\zeta(z, t) = \eta(x, t)$ (vi dropper * for de dimensjonsløse variablene). Vis at ligningen som framkommer blir

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 \zeta}{\partial z^3} = 0 \quad (2)$$

Integrer denne ligningen numerisk ved å bruke eksplisitt MacCormack-skjema, for $0 < z < 100$ og $t < 20$, med initialbetingelse $\zeta(z, 0) = \exp(-(z - z_0)^2/2)$ med $z_0 = 70$. Både program (matlab-skript o.a.) og resultater skal innleveres med utskrift/helst håndskrevne notater.

4) Beskriv to typiske trekk ved bølgefeltet du har beregnet.

Blindern 4. mars, John Grue