Forside

Deleksamen i STK1100 - Sannsynlighetsregning og statistisk modellering og
Deleksamen i STK-FYS1110 - Sannsynlighetsregning, modellering og dataanalyse for de fysiske fagene

Onsdag 20. mars 2024
Kl. 15.00 - 17.00 (to timer)

Oppgavesettet består av 20 flervalgsoppgaver som alle teller like mye.
Hvis et svar er gitt som desimaltall, er det rundet av til det gitte antall desimaler.

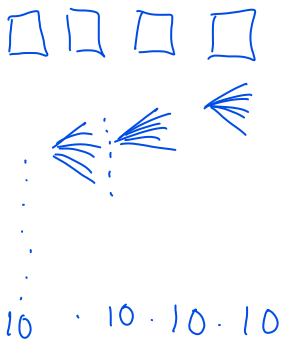
Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommeregner og Formelsamling for STK1100, samt Normalfordelingstabell.
Lenker til formelsamlingen og tabellen er gitt under oppgavelinja. Der er det også en lenke til en kalkulator som du eventuelt kan bruke i stedet for din egen kalkulator**.**

Lykke til!

1 Oppg. 1

Kofferten din har en kodelås med fire siffer. Hvert siffer velges blant 0, 1, 2, ..., 9. Hvor mange mulige firesifrede koder kan du velge imellom?
Velg ett alternativ:

- 1048576
- 10000
- 5040
- 24256
- 24



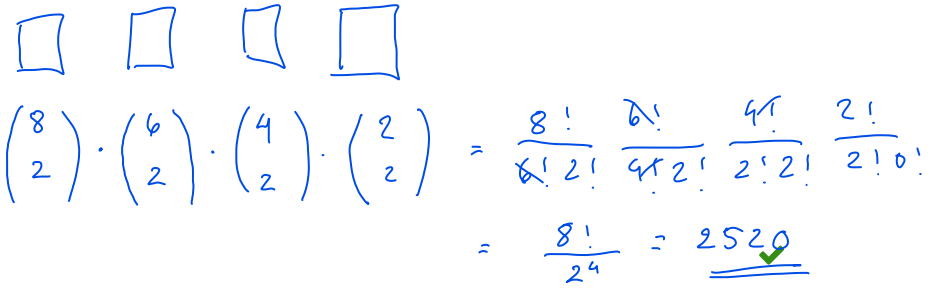
Maks poeng: 1

2 Oppg. 2

I et Moser-laboratorium skal det gjøres forsøk med 8 rotter. Disse skal fordeles tilfeldig i fire par, der hvert par skal løse hver sin oppgave (det er fire oppgaver). Hvor mange måter kan de 8 rottene fordeles på de fire ulike oppgavene?

Velg ett alternativ:

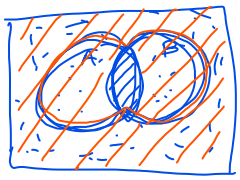
- 32
- 2640
- 2520
- 960
- 20160



Maks poeng: 1

3 Oppg. 3

La A og B være to hendelser. Komplementet til $(A \cap B)$, dvs. $(A \cap B)'$er



Velg ett alternativ:

- $A' \cap B'$
- $A \cup B'$
- $A \cap B$
- $A' \cup B'$
- $A' \cup B$

Maks poeng: 1

4 Oppg. 4

I en eske ligger det seks skrapelodd, to er vinnerlodd og fire har ingen gevinst. Du velger først ett lodd helt tilfeldig, og deretter ett til blant de gjenværende, også helt tilfeldig. Hva er sannsynligheten for at lodd nummer to er et vinnerlodd?

$P(\#2 = V \mid \#1 = V) = \frac{1}{5}$ $\quad P(\#1 = V) = \frac{2}{6}$

$P(\#2 = V \mid \#1 = V') = \frac{2}{5}$ $\quad P(\#1 = V') = \frac{4}{6}$

$$P(\#2 = V) = P(\#2 = V \mid \#1 = V) \cdot P(\#1 = V) + P(\#2 = V \mid \#1 = V') \cdot P(\#1 = V')$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{6} + \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{6} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

Velg ett alternativ:

- 1/2
- 4/6
- 2/5
- 3/4
- 1/3 ✔

Maks poeng: 1

5 Oppg. 5

La oss anta at 10% av innleverte norskstiler er skrevet av en generativ språkmodell. En skole vurderer å kjøpe et program som identifiserer 95% av slike maskingenererte stiler. Samtidig har programmet en sannsynlighet på 5% for å feilaktig vurdere en elev-skrevet stil som maskingenerert. Hvis programmet identifiserer en stil som maskingenerert, hva er sannsynligheten for at den er skrevet av en elev?

$P(Gen) = 0.1$ $\quad P(Gen') = P(\text{elevskrevet}) = 0.9$

$P(+ \mid Gen) = 0.95$ $\quad P(+ \mid Gen') = 0.05$

$P(Gen' \mid +) = ?$

$$P(Gen' \mid +) = \frac{P(+ \mid Gen') \cdot P(Gen')}{P(+)}$$

$$P(+) = P(+ \mid Gen) \cdot P(Gen) + P(+ \mid Gen') \cdot P(Gen') = 0.95 \cdot 0.1 + 0.05 \cdot 0.9 = 0.14$$

Innsatt $\quad P(Gen' \mid +) = \frac{0.05 \cdot 0.9}{0.14} = 0.32$

Velg ett alternativ:

- 0.045
- 0.42
- 0.68
- 0.32 ✔
- 0.05

Maks poeng: 1

6 Oppg. 6

Kast en 10-kronemynt 6 ganger. Hva er sannsynligheten for å få "kron" minst én gang?
Velg ett alternativ:

- 0.984 ✔
- 0.862
- 0.996
- 0.500
- 0.823

$P(\text{minst én kron}) = 1 - P(\text{ingen kron})$

$= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 0.984$

Maks poeng: 1

7 Oppg. 7

La X være en diskret stokastisk variabel med punktsannsynlighet

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	0.05	0.10	0.20	0.30	0.25	0.10

Hva er $P(3 \leq X < 5)$?
Velg ett alternativ:

- 0.30
- 0.50 ✔
- 0.85
- 0.75
- 0.45

Maks poeng: 1

8 Oppg. 8

La X være en diskret stokastisk variabel med kumulativ fordeling

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.10, & 0 \le x < 1 \\ 0.30, & 1 \le x < 3 \\ 0.50, & 3 \le x < 4 \\ 0.90, & 4 \le x < 6 \\ 1, & x \ge 6 \end{cases}$$

Hva er $E(X)$?

Velg ett alternativ:

- 0.90
- 4.20
- 3.00 ✔
- 3.83
- 3.50

p(0) = 0.1
p(1) = 0.3 − 0.1 = 0.2
p(2) = 0.3 − 0.3 = 0
p(3) = 0.5 − 0.3 = 0.2
p(4) = 0.9 − 0.5 = 0.4
p(5) = 0.9 − 0.9 = 0
p(6) = 1 − 0.9 = 0.1
sum = 1

$E(X) = \sum_{x=0}^{6} x\,p(x) = \ldots = 3.0$

Maks poeng: 1

9 Oppg. 9

La X være en stokastisk variabel med punktsannsynlighet

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0.20	0.30	0.30	0.20

Hva er variansen $V(X)$?

Velg ett alternativ:

- 1.50
- 2.10
- 0.85
- 1.75
- 1.05 ✔

$E(X) = 0 \cdot 0.2 + 1 \cdot 0.3 + 2 \cdot 0.3 + 3 \cdot 0.2$
$= 1.5$

$E(X^2) = 0^2 \cdot 0.2 + 1^2 \cdot 0.3 + 2^2 \cdot 0.3 + 3^2 \cdot 0.2$
$= 3.3$

$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$
$= 3.3 - 1.5^2 = 1.05$

Maks poeng: 1

10 Oppg. 10

Sannsynligheten for å vinne topp-premien i FLAX-lotteri er 1/600030. Anta det blir solgt 1000000 FLAX-lodd i en uke. Hva er sannsynligheten for at ingen vinner topp-premien?

Velg ett alternativ:

- 0.000
- 0.189 ✔
- 0.619
- 0.381
- 0.811

$\left(1 - \frac{1}{600030}\right)^{1000000} = 0.189$

Maks poeng: 1

11 Oppg. 11

Et forsikringsselskap tar kr 10.000 i året for forsikring av en bil med verdi kr 150.000.
Anta at sannsynligheten for at bilen havner i en ulykke som medfører totalskade er 1%. Hvis bilen blir totalskadet, utbetaler forskringsselskapet verdien av bilen minus en egenandel.
Anta egenandelen ved ulykke er kr 8.000.
Hva er forventet gevinst for forsikringsselskapet for denne avtalen?

$U = \begin{cases} 1 & P(U=1) = 0.01 \\ 0 & P(U=0) = 0.99 \end{cases}$

$E(U) = 1 \cdot 0.01 + 0 \cdot 0.99 = 0.01$

Velg ett alternativ:

- 1500,-
- 1420,-
- 8580,- ✔
- 8000,-
- 1750,-

$G = 10.000 - U \cdot 142.000$

$E(G) = 10.000 - E(U) \cdot 142.000$
$= 10.000 - 0.01 \cdot 142.000$
$= 8580$

Maks poeng: 1

12 Oppg. 12

Antall e-mail som ankommer en bruker antas å følge en Poisson-prosess med rate 5 per time.
Hva er sannsynligheten for at det kommer minst 3 e-mails til brukeren i løpet av en halvtime?

Velg ett alternativ:

- 0.758
- 0.544
- 0.242
- 0.456 ✔
- 0.875

Rate $\alpha = 5$ per time
X = # ankomster i løpet av 0.5 time
$X \sim \text{Poisson}(\lambda)$ $\lambda = \alpha \cdot 0.5 = 2.5$

$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) - P(X=2)$

Forventningsverdien: $P(X=x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$

$= 1 - e^{-2.5} - 2.5e^{-2.5} - \frac{2.5^2}{2} e^{-2.5}$

$= 0.456$

Maks poeng: 1

13 Oppg. 13

Anta du kaster en terning der alle tallene 1,2,...,6 er like sannsynlige. La X være antall ganger du må kaste terningen til du får 6 for andre gang. Hva er forventningen til X?

Velg ett alternativ:

- 1/3
- 36
- 3
- 6
- 12 ✔

Geometrisk fordeling

$P(X_1 = k) = (1-\frac{1}{6})^{k-1} \cdot \frac{1}{6}$ $\quad E(X_1) = 6$

$P(X_2 = k) = \text{---}''\text{---}$ $\quad E(X_2) = 6$

$E(X) = E(X_1) + E(X_2) = 12$

$X = X_1 + X_2$ (fram til første 6-er; til neste etter første)

Maks poeng: 1

14 Oppg. 14

En sannsynlighetstetthet har formen

$$f(x) = \begin{cases} k \cdot (4 - x^3) & \text{for } -2 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Må kreve $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

For at $f(x)$ skal være en gyldig sannsynlighetstetthet, må k være lik

Velg ett alternativ:

- 0.333
- 0.125
- 0.200
- 0.0625 ✔
- 0.250

$k\int_{-2}^{2}(4-x^3)dx = 1$ løser ut k

$k = \frac{1}{16}$

Maks poeng: 1

15 Oppg. 15

Paretofordelingen brukes ofte innenfor aktuarfag og økonomi. Tettheten kan skrives, for formparameter $k > 0$ og skalaparameter $\theta > 0$, som

$$f(x;k,\theta) = \begin{cases} \frac{k\theta^k}{x^{k+1}} & \text{for } x \geq \theta \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

$$f(x;3,1) = \begin{cases} 3x^{-4} & x \geq 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

La nå $k = 3$ og $\theta = 1$. Sannsynligheten for at en tilfeldig variabel med denne tettheten tar verdier mellom 2 og 3 er

Velg ett alternativ:

$$P(2 \leq X \leq 3) = \int_2^3 3x^{-4}\,dx \quad \ldots\ldots \quad = 0.088$$

- 0.139
- 0.088 ✔
- 0.799
- 0.145
- 0.094

Maks poeng: 1

16 Oppg. 16

Konsentrasjonen av svevestøv (PM10, døgnmiddel) i Kirkeveien ved Marienlyst i Oslo en dag i mars 2023 kan betraktes som en normalfordelt variabel med forventning 28 mikrogram/m^3 og standardavvik 10 mikrogram/m^3. Finn sannsynligheten for at konsentrasjonen er mellom 6 og 50 mikrogram/m^3 en tilfeldig dag i mars.

Velg ett alternativ:

X = kons. svevestøv i mars

$X \sim N(28, 10^2)$

$$P(6 \leq X \leq 50) = P\left(\frac{6-28}{10} \leq \frac{X-28}{10} \leq \frac{50-28}{10}\right)$$

$$Z \sim N(0,1)$$

$$= P(-2.2 \leq Z \leq 2.2)$$

$$= 1 - 2\Phi(-2.2) \quad \text{tabell}$$

$$= 1 - 2 \cdot 0.0139 = 0.9722$$



- 0.9722 ✔
- 0.9861
- 0.0278
- 0.0139
- 0.5000

Maks poeng: 1

17 Oppg. 17

La X være en tilfeldig variabel med momentgenererende funksjon $M_X(t) = (1 - \frac{t}{\beta})^{-\alpha}, t < \beta$. Hva er $E(X)$?

Velg ett alternativ:

$E(X) = M_X'(0)$

$M_X'(t) = -\alpha(1 - \frac{t}{\beta})^{-\alpha-1}(-\frac{1}{\beta})$

$M_X'(0) = \frac{\alpha}{\beta}$

- $\frac{\alpha}{\beta}$ ✔
- β^{α}
- $\alpha(1-\beta)$
- $\frac{1}{(1-\beta)^{\alpha}}$
- $\alpha\beta$

Maks poeng: 1

18 Oppg. 18

Gitt en tilfeldig variabel X med sannsynlighetstetthet

$F(\tilde{\mu}) = 0.5$, finn $\tilde{\mu}$ fra det

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{32}(3x+2) & 0 \le x \le 4 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases},$$

finn medianen til X.

$F(x) = \int_0^x \frac{1}{32}(3u+2)\,du$

$= \frac{1}{32}\left[\frac{3}{2}u^2 + 2u\right]_0^x = \frac{1}{32}\left(\frac{3}{2}x^2 - 2x\right)$

Velg ett alternativ:

$F(\tilde{\mu}) = \frac{1}{32}\left(\frac{3}{2}\tilde{\mu}^2 + 2\tilde{\mu}\right) = \frac{1}{2}$

$\frac{3}{2}\tilde{\mu}^2 + 2\tilde{\mu} - 16 = 0$

$\tilde{\mu} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot \frac{3}{2} \cdot 16}}{2 \cdot \frac{3}{2}} = \frac{-2+10}{3} = \frac{8}{3}$ ✔

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

- $\frac{5}{3}$
- $\mathbf{2}$
- $\frac{5}{2}$
- 2
- $\frac{8}{3}$

Maks poeng: 1

19

oppg. 19



Den stokastiske variabelen X har sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}(1-x^2) & \text{for } 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Da er sannsynlighetstettheten til $Y = X^2 + 2$ gitt ved:

Velg ett alternativ

- $f(y) = \begin{cases} \frac{3}{4\sqrt{y-2}}(3-y) & \text{for } 2 \le y \le 3 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$
- $f(y) = \begin{cases} \frac{3}{4\sqrt{y-2}}(3-\frac{1}{2}y) & \text{for } 2 \le y \le 3 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$
- $f(y) = \begin{cases} \frac{3}{4}\sqrt{y-2}(3-y) & \text{for } 2 \le y \le 3 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$
- $f(y) = \begin{cases} \frac{3}{4\sqrt{y-2}}(3-y) & \text{for } 0 \le y \le 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$
- $f(y) = \begin{cases} \frac{3}{4}(3-y) & \text{for } 2 \le y \le 3 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$

Transformasjon $Y = X^2 + 2$

$F_Y(y) = P(Y \le y) = P(X^2+2 \le y)$

$= P(X^2 \le y-2) = P(X \le \sqrt{y-2})$

$= F_X(\sqrt{y-2})$

$f_Y(y) = \frac{d}{dy} F_Y(y) = \frac{d}{dy} F_X(\sqrt{y-2})$

$= f_X(\sqrt{y-2}) \cdot \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{y-2}}$

$= \begin{cases} \frac{3}{2}(1-(y-2)) \cdot \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{y-2}} & 0 \le \sqrt{y-2} \le 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$

Maks poeng: 1

20 Oppg. 20

Gitt tilfeldige variabler X og Y med simultan sannsynlighetstetthet

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{15}(x+y) & 0 \le x \le 3, 0 \le y \le 2 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases},$$

finn forventningen til X.

Velg ett alternativ:

- 9/5
- 12/5
- 1.9
- 4/15
- 1.5

$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dy = \int_0^2 \frac{1}{15}(x+y)\,dy = \frac{1}{15}\left[xy + \frac{1}{2}y^2\right]_0^2 = \frac{1}{15}(2x+2)$ ✔

$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{15}(x+1) & 0 \le x \le 3 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$

$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)\,dx = \frac{2}{15}\int_0^3 (x^2+x)\,dx \ldots = \frac{9}{5}$

Maks poeng: 1