b) Lengden på konfidensintervallet er:

$$L = 2 \cdot 2{,}086 \cdot S_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}$$

$$E[L] = 2 \cdot 2{,}086 \cdot E[S_p] \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}$$

Gitt $n + m = N$, ~~så ønsker vi å velge n slik at vi minimerer E[L]~~.

Da blir:

$$E[L] = 2 \cdot 2{,}086 \cdot E[S_p] \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{N-n}}$$

Vi ønsker å velge n slik at vi minimerer E[L]. Vi ønsker altså å minimere

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{N-n} = \frac{N-n+n}{n(N-n)} = \frac{N}{Nn - n^2},$$

dvs. at vi ønsker å maksimere

$$f(n) = Nn - n^2$$

$$f'(n) = -2n + N$$

$$f'(n) = 0 \implies n = \frac{N}{2}.$$

$f''(n) = -2 < 0$, så $n = \frac{N}{2}$ er et toppunkt for $f(n)$.

Vi velger derfor $\underline{\underline{n = m = \frac{N}{2}}}$.