Fasit til ukeoppgaver med gjennomgang 25. januar

Exercise 8, Chapter 1

b) $X \sim \text{gamma}(\alpha, \beta)$:

$$E[X] = \alpha\beta$$
$$Var[X] = \alpha\beta^2$$

b)$X \sim \text{gamma}(\alpha, \beta)$, $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{\lambda}$:

$$E[X] = \frac{1}{\lambda}$$
$$Var[X] = \frac{1}{\lambda^2}$$

Exercise 9, Chapter 1

a)

$$M(t) = \frac{1}{1 - \theta t}$$
$$K(t) = -\ln(1 - \theta t)$$

b)

$$E[X] = \theta$$
$$Var[X] = \theta^2$$

Ekstraspørsmål oppgave 9:

$$X \sim \text{gamma}(1, \theta)$$

eller ekvivalent

$$X \sim \text{eksp}\left(\frac{1}{\theta}\right)$$

Ekstraoppgave

c) Betinglese for at sannsynligheten for partall er større enn sannsynligheten for oddetall når 0 ikke regnes med blant hverken partall eller oddetall:

$$\mathcal{P}(-1) > \mathcal{P}(0) = p_0$$

d)

$X \sim \text{poisson}(\lambda)$:

$$\mathcal{P}(t) = e^{(\lambda(t-1))}$$

$X \sim \text{geom}(p)$:

$$\mathcal{P}(t) = \frac{p}{1 - t(1-p)}$$

$X \sim \text{bin}(n, p)$:

$$\mathcal{P}(t) = (1 - p + pt)^n$$

e)

$X \sim \text{poisson}(\lambda)$:

$$P(X \text{ partall}) = \frac{1}{2}(1 + e^{-2\lambda})$$

Partall er mest sannsynlig for alle verdier av λ

$X \sim \text{geom}(p)$:

$$P(X \text{ partall}) = \frac{1}{2 - p}$$

Partall er mest sannsynlig for alle verdier av p

$X \sim \text{bin}(n, p)$:

$$P(X \text{ partall}) = \frac{1}{2}(1 + (1 - 2p)^n)$$

Partall er mest sannsynlig når:

$$p < \frac{1}{2}, \ \forall n$$

eller

$$p > \frac{1}{2}, \ n \text{ partall}$$

f)

$X \sim \text{poisson}(\lambda)$:

$$P(X \text{ partall}) = \frac{1}{2}(1 + e^{-2\lambda}) - e^{-\lambda}$$

Partall er aldri mest sannsynlig

$X \sim \text{geom}(p)$:

$$P(X \text{ partall}) = \frac{1}{2 - p} - p$$

Partall er aldri mest sannsynlig

$X \sim \text{bin}(n, p)$:

$$P(X \text{ partall}) = \frac{1}{2}(1 + (1 - 2p)^n) - (1 - p)^n$$

Partall er mest sannsynlig når n er partall og $\frac{2}{3} < p < 1$