

Noen oppgaver som krever bruk av MATLAB

Hvis du føler deg usikker på MATLAB, kan du ta utgangspunkt i de 2 MATLAB-programmene i 3.12.1 i læreboka. Men vær oppmerksom på at det er noen feil i programmene.

Hvis du heller vil bruke en annen software-pakke, er det greit.

Oppgave 1

La $\{X_n, n = 0, 1, \dots\}$ være tilfeldig gang på tilstandsrommet $S = \{0, 1, \dots, N\}$ med 0 og N som absorberende barrierer. For de andre tilstandene er sannsynligheten for å gå ett skritt til høyre p og ett skritt til venstre $q = 1 - p$. Se 'restricted random walk' i kapitlene 3.2 og 3.3 i læreboka.

a) Utled et system av ligninger til å bestemme

$$a_k = P(\text{absorpsjon i } 0 | X_0 = k), \quad k = 1, 2, \dots, N - 1,$$

og skriv ligningssystemet på matriseform.

b) Gjenta a) for

$$b_k = P(\text{absorpsjon i } N | X_0 = k), \quad k = 1, 2, \dots, N - 1,$$

og for

$$c_k = P(\text{absorpsjon i } 0 \text{ eller } N | X_0 = k), \quad k = 1, 2, \dots, N - 1,$$

og for

$$\tau_k = \text{forventet tid til absorpsjon i } 0 \text{ eller } N \text{ gitt start i } k, \quad k = 1, 2, \dots, N-1,$$

- c) La $N = 100$ og beregn $a_k, k = 1, 2, \dots, 99$ for $p = 0.45, 0.49, 0.50, 0.51, 0.55$ ved å løse ligningssystemet fra **a**), for eksempel ved hjelp av MATLAB. Plot $a_k, k = 1, 2, \dots, 99$ for $p = 0.45, 0.49, 0.50, 0.51, 0.55$ i samme figur. Kommenter.
- d) Gjenta c) for $\tau_k, k = 1, 2, \dots, 99$.

Oppgave 2

Betrakt fortsatt samme tilfeldig gang som i Oppgave 1 når $N = 100$ og $X(0) = 50$.

- a) hva er a_{50} og τ_{50} for $p = 0.45, 0.49, 0.50, 0.51, 0.55$?
- b) For hver $p = 0.45, 0.49, 0.50, 0.51, 0.55$ skal du
- simulere 1000 realisasjoner av den tilfeldige gang-en fra start i 50 og fram til den blir absorbert i 0 eller $N = 100$
 - telle opp hvor mange av de 1000 simuleringene som ender i 0
 - beregne gjennomsnittlig tid til absorpsjon i 0 eller N for de 1000 simuleringene
 - plote 5 av realisasjonene når $p = .45$

Sammenlign resultatene i **a**) og **b**) (sett gjerne opp i tabellform).
Er resultatene som ventet?

Oppgave 3

Betrakt fødsels- og døds-prosessen i lærebokas Chapter 3.5 med de samme parametersettene som i Example 3.5.

- a) Sett opp et ligningssystem på matriseform til å bestemme $\tau_k, k = 1, 2, \dots, 20$,

$$\tau_k = \text{forventet tid til absorpsjon i 0 gitt start i } k, \quad k = 1, 2, \dots, 20.$$

- b) Løs ligningssystemene ved hjelp av MATLAB, og plot resultatet. Sammenlign med Figure 3.3 i læreboka.