UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: STK3405/STK4405 — Elementær innføring i risiko- og pålitelighetsanalyse.

Eksamensdag: Onsdag 14. desember 2016.

Tid for eksamen: 15.00 – 19.00.

Oppgavesettet er på 3 sider.

Vedlegg: Ingen.

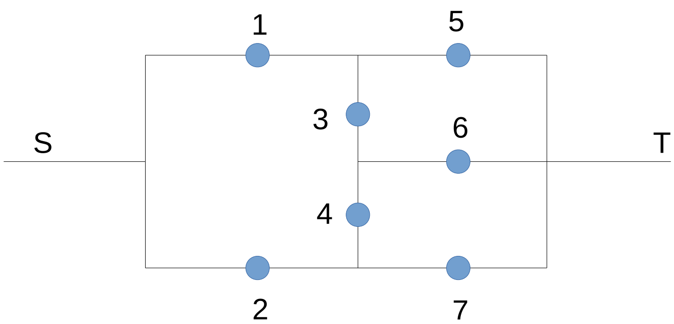
Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Alle 13 underpunkter vektlegges likt ved sensuren.

Oppgave 1

Betrakt følgende flytnettverk av uavhengige komponenttilstander.



a) Finn systemets minimale sti- og kuttmengder.

b) Hvor mange ledd får vi i beste fall (før vi trekker sammen) ved å bruke utmultipliseringsmetoden for å beregne påliteligheten til dette systemet? Begrunn svaret. Sammenlign med metoden basert på total tilstandsoppramsing.

c) Beregn påliteligheten til dette systemet uttrykt ved komponentpålitelighetene $p_1, \ldots, p_7$ ved hjelp av faktoriseringsalgoritmen.

d) Hva blir den pålitelighetsmessige betydning av 3. komponent hvis en bruker Birnbaummålet?

(Fortsettes på side 2.)

e) Hva blir den tilsvarende strukturelle betydning av 3. komponent? Vis dette på 2 måter.

Oppgave 2

Betrakt en monoton struktur ϕ av n komponenter som ikke repareres, der tilstandsprosessene til komponentene $\{X_i(t), t \geq 0\}_{i=1,\ldots,n}$ er uavhengige. Birnbaum (1969) foreslo følgende mål for den pålitelighetsmessige betydning av i-te komponent ved tidspunkt t:

$$I_B^{(i)}(t) = \frac{\partial h(\boldsymbol{p}(t))}{\partial p_i(t)}, i = 1, \ldots, n$$

a) Vis at:

$$I_B^{(i)}(t) = P[(1_i, \boldsymbol{X}(t)) \text{ er en kritisk stivektor for komponent } i]$$

b) Barlow og Proschan (1975) målet er definert ved

$$I_{B-P}^{(i)} = P[i\text{-te komponent forårsaker direkte at systemet feiler}], i = 1, \ldots, n.$$

Vis at:

$$I_{B-P}^{(i)} = \int_0^\infty I_B^{(i)}(t) f_i(t) dt$$

der $f_i(t)$ er sannsynlighetstettheten til levetiden for i-te komponent.

c) Vesely og Fussel (1975) målet er gitt ved:

$$I_{V-F}^{(i)}(t) = P[X_i(t) = 0 | \phi(X(t)) = 0]$$

Hvilke innvendinger kan det reises mot dette målet?

d) Anta at i-te komponent er irrelevant for strukturen ϕ. Hva blir da $I_B^{(i)}(t), I_{B-P}^{(i)}$ og $I_{V-F}^{(i)}(t)$? Begrunn svarene og kommenter dem.

Oppgave 3

a) Anta at $T_1, \ldots, T_n$ er assosierte tilfeldige variable slik at $0 \leq T_i \leq 1$, $i = 1, \ldots, n$. Vis at:

$$\begin{aligned} E[\textstyle\prod_{i=1}^n T_i] &\geq \textstyle\prod_{i=1}^n E[T_i] \\ E[\textstyle\coprod_{i=1}^n T_i] &\leq \textstyle\coprod_{i=1}^n E[T_i]. \end{aligned}$$

(Fortsettes på side 3.)

b) Betrakt en monoton struktur ϕ med minimale stimengder (kuttmengder) $P_1, \ldots, P_p$ $(K_1, \ldots, K_k)$. Vis at:

$$\max_{1 \leq j \leq p} P[\min_{i \in P_j} X_i = 1] \leq h \leq \min_{1 \leq j \leq k} P[\max_{i \in K_j} X_i = 1]$$

der $h = P[\phi(\boldsymbol{X}) = 1]$ er systempåliteligheten.

c) Gjør de samme antagelsene som i b), men anta i tillegg at komponenttilstandene er assosierte med komponentpåliteligheter $p_1, \ldots, p_n$. Vis at da er:

$$\max_{1 \leq j \leq p} \prod_{i \in P_j} p_i \leq h.$$

d) Gjør samme antagelser som i c). Vis at:

$$h \leq \min_{1 \leq j \leq k} \coprod_{i \in K_j} p_i$$

ved å anvende den nedre grensen fra c) på den duale strukturen ϕ^D.

SLUTT