

## Fasit til STK2520, Høst 2011

### Oppgave 1

a)  $\text{sd}(\mathcal{X})/E(\mathcal{X}) = \sqrt{J}\text{sd}(X_1)/(JE(X_1))$

b) Infører  $\xi(\omega) = E(X_1|\omega)$  og  $\sigma(\omega) = \text{sd}(X_1|\omega)$  slik at  $E(\mathcal{X}) = J\xi(\omega)$  og  $\text{var}(\mathcal{X}|\omega) = J\sigma^2(\omega)$ . Dermed blir  $E(\mathcal{X}) = E\{\xi(\omega)\}$  og  $\text{var}(\mathcal{X}) = JE\{\sigma^2(\omega)\} + J^2\text{var}(\xi(\omega))$  og  $\text{sd}(\mathcal{X})/E(\mathcal{X})$  konvergerer mot forholdstallet  $\text{sd}\{\xi(\omega)\}/E\{\xi(\omega)\}$ .

c)  $F^{-1}(u) = \beta \log\{(1 + u/\alpha)/(1 - u)\}$  som definerer tekningsmetoden.

d) I R blir kommandoene

```
X=rep(0,m)
```

```
N=rpois(m,lambda)
```

```
for ( i in 1:m){
```

```
U=runif([N[i]
```

```
Z=beta*log((1+U/alpha)/(1-U))
```

```
X[i]=sum(Z)}
```

e) Reservene er 37.35 og 43.65.

f) Siste kommando i d) blir nå

```
X[i]=sum(pmin(pmax(Z-a,0),b))}
```

g) Ren premie er 3.93 og reservene for re-forsikrer 9.33 og 12.57.

### Oppgave 2

a)  $\pi_{l_0} = \sum_{k=l_r-l_0}^{\infty} d^k {}_k p_{l_0} s$  der  $d = 1/(1+r)$

b)  $\pi_{l_0} = \sum_{k=0}^{\infty} d^k {}_k p_{l_0} s$

c) Høyere pensjonslader må gi lavere engangspremie og høyere renter gir lavere kurver.

d) Nåverdi bidrag er  $\sum_{k=0}^{l_r-l_0-1} d^k {}_k p_{l_0} \zeta$

e) Ekvivalenspremien er  $\pi_{l_r} / \sum_{k=0}^{l_r-l_0-1} d^k {}_k p_{l_0}$

f)  $\sum_l N_l \pi_l$

### Oppgave 3

a)  $R_{0:K} = (1 + R_1) \cdots (1 + R_K) - 1$

b)  $R_1, \dots, R_K$  er uavhengige og log-normal fordelte slik at  $R_k = e^{\xi + \sigma \varepsilon_k} - 1$ . Her er  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_K$  uavhengige og  $N(0, 1)$ .

c) Log-normal fordeling med stokastisk representasjon  $R_{0:K} = e^{K\xi + \sqrt{K}\sigma\varepsilon} - 1$  der  $\varepsilon \sim N(0, 1)$ .

d) R-program

```
 $\sigma_x = \sigma / \sqrt{1 - a^2}$ 
```

```
RK=rep(1,m)
```

```
X=rep(log(r0/ξ)+σx2/2),m)
```

```
for (k in 1:K){
```

```
X=a*X+σ*rnorm(m)
```

```
RK=RK*(1+exp(-σx2/2+X))}
```

e)  $E(r_k|r_0) = e^{-\frac{1}{2}\sigma^2/(1-a^2)+E(X_k|x_0)+\text{var}(X_k|x_0)/2}$  som gir de oppgitte uttrykkene ved å sette inn for  $E(X_k|x_0)$  og  $\text{var}(X_k|x_0)/2$ . Standardavviket beregnes ved å multiplisere  $E(r_k|r_0)$  med  $\sqrt{e^{\text{var}(X_k|x_0)} - 1}$ .

f) Følger av at  $|a| < 1$ .