MAT1000 VÅREN 2007

OBLIGATORISK OPPGAVESETT 2

Innleveringsfrist: Fredag 4. mai kl. 14.30

Besvarelsen leveres i ekspedisjonen på Matematisk institutt (rom B714 i Niels Henrik Abels hus) innen fristen. Husk å skrive navnet ditt på besvarelsens første side. Dersom du på grunn av sykdom eller andre tungtveiende grunner har behov for å utsette innleveringen, må du i god tid før innleveringsfristen sende søknad til Philip Bruvoll (rom B726, NHAbels hus, e-post: philipjb@student.matnat.uio.no, tlf. 22855907). Husk at sykdom må dokumenteres ved legeattest.

For at oppgavesettet ditt skal kunne godkjennes, må du ikke levere noen av punktene helt blanke, og det må komme fram av besvarelsen at du har prøvd seriøst å løse alle punktene. Videre må minst punktene 1 a), 1 b), 2 a), 3 og 4 a) være besvart på en tilfredsstillende måte.

Det er lov å diskutere oppgavene med andre. Men alle må levere sin egen personlige besvarelse og må kunne gjøre rede for den muntlig, om nødvendig. Husk at dette først og fremst er ment som et tilbud til den enkelte student om aktiv læring.

Det vises ellers til regelverket for obligatoriske oppgaver, som du finner på emnets hjemmeside.

Oppgave 1

Funksjonen f er definert på intervallet $[-2, 2]$ ved

$$f(x) = e^{-x^2+2x}.$$

a) Finn maksimums- og minimumspunktene til f og de tilhørende maksimums- og minimumsverdiene.

b) Finn hvor grafen til f krummer oppover og hvor den krummer nedover, og finn eventuelle vendepunkter.

c) Finn Taylor-polynomet $F_2(x)$ av grad 2 til f i $x = 0$. Skisser grafene til $f(x)$ og $F_2(x)$ for $x \in [-2, 2]$ i samme koordinatsystem. (La 2 cm være enhet på x-aksen og la 1 cm være enhet på y-aksen.)

d) På intervallet $[1, 2]$ har f en omvendt funksjon. Finn definisjonsområdet til den omvendte funksjonen, og finn et uttrykk for denne funksjonen.

Oppgave 2

Hos hannkrabber av arten *Uca Pugnax* har en sammenliknet vekten y av den store kloa med vekten x av resten av kroppen. Noen målinger ga følgende gjennomsnittlige verdier i forskjellige vektklasser:

x	57.6	156.1	270.0	420.1	617.9
y	5.3	25.1	59.0	135.0	243.0

a) Plott $\ln x$ mot $\ln y$ på et ruteark og tilpass på øyemål en rett linje til den grafiske framstillingen.

b) Angi en empirisk formel som gir vekten av kloa som en funksjon av vekten av resten av kroppen. Hvis vi bruker denne modellen, omtrent hvor stor må krabben være for at vekten av kloa skal utgjøre mer enn halvparten av vekten av krabben?

Oppgave 3

Et kar fylles med vann med tilstrømmingsfart

$$v(t) = \frac{1}{\sqrt{t}(1+\sqrt{t})} \text{ (liter/sekund)} ,$$

for $t > 0$.

Finn det totale volumet vann som har strømmet inn i karet i perioden $1 \leq t \leq 4$.

Oppgave 4

Ved forbrenning av fossile brennstoffer produseres gassen karbondioksyd (CO_2). Noe av denne gassen vil kunne tas opp av grønne planter, ved fotosyntese. I et tenkt landområde med norske klimaforhold vil både utslipp og forbruk av CO_2 variere med årstidene. Utslippene er størst om vinteren og minst om sommeren. Plantenes fotosyntese, derimot, er størst om sommeren og svært liten om vinteren.

La $f(t)$ betegne produksjonen og $g(t)$ forbruket av CO_2 per døgn, målt i kg/km^2, ved tidspunktet t, der t er antall måneder etter 1. januar. Vi antar at både f og g varierer som harmoniske svingninger med periode $T = 12$. Vi antar videre at $f(t)$ har maksimalverdi 1200 og minimalverdi 600, mens $g(t)$ har maksimalverdi 1000 og minimalverdi 0. Funksjonen f antar sin største verdi 1. januar ($t = 0$), mens g er størst 1. juli ($t = 6$).

a) Finn uttrykk for $f(t)$ og $g(t)$ basert på opplysningene over.

b) I en periode i sommerhalvåret vil plantenes opptak av CO_2 være høyere enn utslippene fra forbrenning. Finn tidsintervallet hvor forbruket g er høyere enn produksjonen f. (Hint: Omform uttrykket for $g(t)$ ved hjelp av formelen for cosinus til en differens.)

SLUTT