

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MAT 1010 — Matematikk i praksis II.

Eksamensdag: Tirsdag 12. juni 2007.

Tid for eksamen: 14.30 – 17.30.

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg: Ingen.

Tillatte hjelpemidler: Alle skriftlige hjelpemidler og godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

a) Finn den generelle løsningen av differensialligningssystemet

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 3x - 2y \\ \frac{dy}{dt} &= 2x - 2y\end{aligned}$$

b) Finn den løsningen av systemet

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 3x - 2y - 9 \\ \frac{dy}{dt} &= 2x - 2y - 4\end{aligned}$$

som oppfyller $x(0) = 6$ og $y(0) = 2$.

(Fortsettes side 2.)

Oppgave 2.

La $f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3y$

- Finns lineariseringen til f i punktet $(1,1)$.
- Finns den retningsderiverte til f i punktet $(1,1)$ og i retningen $\vec{v} = [3, 4]$.
- Finns de stasjonære punktene til f og bestem deres type.
- Finns maksimum og minimum av f på sirkelen $x^2 + y^2 = 9$.
- Beregn $\iint_T f(x, y) dx dy$ der T er trekanten i første kvadrant med hjørner $(0,0)$, $(1,0)$ og $(1,1)$.

Oppgave 3.

Bareier S. Leipen mener han kan gradvis tynne ut drinkene uten at kundene merker noe. Han starter med en full 100-liters tønne med whisky. Hver gang han har tappet en liter fra tønna, fyller han den opp igjen ved å helle oppi en liter med en spritopløsning som inneholder 10% alkohol. La a_n være alkoholprosenten i tønna etter at han har helt oppi n liter.

- Forklar at $a_{n+1} = 0.99a_n + 0.1$.
- Finns a_n hvis den opprinnelige whiskyen inneholdt 50% alkohol (dvs. $a_0 = 50$).
Hvor stor er alkoholprosenten i tønna etter at han har fylt oppi 50 liter spritopløsning?

SLUTT