

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MAT 1010 — Matematikk i praksis II.

Eksamensdag: Mandag 9. juni 2008.

Tid for eksamen: 14.30 – 17.30.

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg: Ingen.

Tillatte hjelpemidler: Alle skriftlige hjelpemidler og godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

Den uendelige tallfølgen $1, 1, 8, 14, 62, \dots$ fremkommer ved at neste tall er siste tall pluss 6 ganger det foregående, dvs. $x_{n+2} = x_{n+1} + 6x_n$ og $x_0 = x_1 = 1$. Finn formelen for x_n .

Oppgave 2.

Finn funksjoner $x(t)$ og $y(t)$ slik at

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y \\ \frac{dy}{dt} &= -4x\end{aligned}$$

og $x(0) = 1, y(0) = 4$.

(Fortsettes side 2.)

Oppgave 3.

Regn ut $(1 + 2i)^2$ og løs annengradsligningen $3z^2 + (2 + i)z + \frac{1}{2} = 0$.

Oppgave 4.

La $f(x, y) = (x - 1)y + x^2y^3$.

- Finne den retningsderiverte til f i punktet $(2, 1)$ og i retningen $\vec{v} = [-4, 3]$.
- Finne de stasjonære punktene til f og bestemme deres type.
- Beregne $\iint_D f(x, y) dx dy$ der D er den delen av enhetsdisken som ligger i første kvadrant, dvs. D er gitt ved at $x \geq 0$, $y \geq 0$ og $x^2 + y^2 \leq 1$.

Oppgave 5.

- På Stillehavsoya St. Rabbit bodde en kaninstamme på 10.000 dyr, som også er øyas bærekapasitet. På et bestemt tidspunkt $t = 0$, der tiden t måles i år, ble øya herjet av skogbrann og halvparten av kaninene omkom. Etter dette var kaninstammens relative vekst proporsjonal med den ledige kapasiteten. Hvis $y(t)$ er antall kaniner etter tiden t , forklar at $\frac{dy}{dt} = ay(10000 - y)$, der a er en konstant og finn $y(t)$. (Det er altså gitt at $y(0) = 5000$.)
- Hvis den relative vekstraten pr. år ved tiden $t = 0$ var 0.05, hvor mange kaniner var det på øya 20 år etter brannen?

SLUTT