

MAT 1012, Oblig 1

Innleveringsfrist: Torsdag 19. februar 2015, kl. 1430

Det er lov til å samarbeide om løsning av oppgavene, men alle skal levere inn sin egen versjon. Husk å skrive på navn og kurskode (MAT 1012). Oppgaven leveres i kassen i 7. etg. i Niels Henrik Abels hus innen fristen. Det kreves 60% riktig svar for å få obligen godkjent.

Oppgave 1

Alle tall i denne oppgaven skal angis med 4 desimaler. Gitt $f(x) = xe^{-x^2}$. La S være verdien av det bestemte integralet $S = \int_0^{0.5} f(x) dx$.

- Bruk substitusjon til å vise at $S = 0.5(1 - e^{-0.25}) \approx 0.1106$.
- Finn en tilnærmet verdi for S ved hjelp av trapesmetoden og en oppdeling av intervallet $[0, 0.5]$ i 2 like store deler.
- Finn en tilnærmet verdi for S ved hjelp av Simpsons metode og en oppdeling av intervallet $[0, 0.5]$ i 2 like store deler.
- Finn Taylor-polynomet av grad 3 til $f(x)$ om $x = 0$ og bruk dette til å finne en tilnærmet verdi av S .
- I intervallet $[0, 0.5]$ gjelder at $|f''(x)| \leq 3$ og $|f^{(4)}(x)| \leq 20$. (Dette skal ikke bevises.) Bruk dette til å gi estimer på hvor store feilene i b), c) og d) kan være og sjekk at de funne verdiene er innenfor denne feilmarginen.

Oppgave 2

- Beregn $\int_0^{\infty} xe^{-x} dx$. (Du kan bruke at $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$.)
- Kurvene $y = xe^{-x}$ og $y = xe^{-x^2}$ skjærer hverandre i to punkter. Finn disse punktene og arealet mellom kurvene mellom disse to punktene.
- Skriv opp denne geometriske rekken ved summetegn og finn den uendelige summen:

$$3 + 2 + \frac{4}{3} + \frac{8}{9} + \dots$$