

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MAT1012 — Matematikk 2

Eksamensdag: Tirsdag 23. mai 2017

Tid for eksamen: 09.00 – 13.00

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg: Formelark

Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Alle punktene (1a, 1b, 2a osv.) teller i utgangspunktet likt i sensuren. Dersom det er et punkt du ikke får til, kan du likevel bruke resultatene derfra i senere punkter.

Oppgave 1.

a) Regn ut dobbeltintegralet

$$\iint_R 3x^2y \, dx dy$$

der $R = [1, 2] \times [0, 1]$.

b) Regn ut dobbeltintegralet

$$\iint_A 2xy \, dx dy$$

der A er området avgrenset av x -aksen, linjen $x = 1$, og parabolen $y = x^2$.

Oppgave 2. I denne oppgaven er

$$f(x, y) = x^2y - 2xy + \frac{1}{2}y^2$$

a) Regn ut de førsteordens partiellderiverte til f og finn alle stasjonære punkter.

b) Avgjør om de stasjonære punktene er lokale maksimumspunkter, lokale minimumspunkter eller sadelpunkter.

Oppgave 3.

a) Vis at vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y) = (2xy + 2x, x^2 + 1)$ er konservativt og finn en potensialfunksjon.

b) Finn verdien til integralet $\int_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{T} \, ds$ når C er kurven parametrisert ved

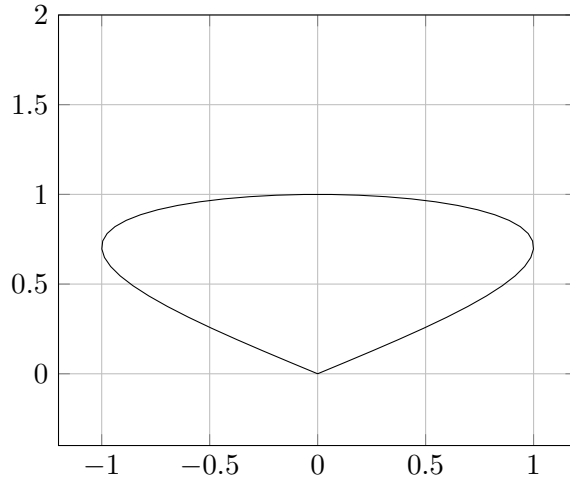
$$\mathbf{r}(t) = (\cos(\pi t), e^t) \quad \text{der } 0 \leq t \leq 1$$

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 4. I denne oppgaven er C kurven parametrisert ved

$$\mathbf{r}(t) = (2 \sin t \cos t, \sin t) \quad \text{der } 0 \leq t \leq \pi$$

Figuren viser hvordan kurven ser ut.



- Finne $\mathbf{r}'(t)$. Vis ved regning at den største x -verdien til et punkt på kurven er 1. Hva er y -koordinaten til dette punktet?
- Regn ut $\int_C x \, dy$ og finn arealet til området avgrenset av C .

Oppgave 5. I denne oppgaven er A matrisen

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- Finne egenverdiene til A
- Finne egenvektorene til A .
- Finne den generelle, *reelle* løsningen til systemet

$$\begin{aligned} x'(t) &= -x(t) - y(t) \\ y'(t) &= x(t) - y(t) \end{aligned}$$

- Finne likevektsløsningen til systemet

$$\begin{aligned} x'(t) &= -x(t) - y(t) + 1 \\ y'(t) &= x(t) - y(t) - 3 \end{aligned}$$

Hva skjer med løsningene til dette systemet når $t \rightarrow \infty$? Husk å begrunne svaret.

SLUTT