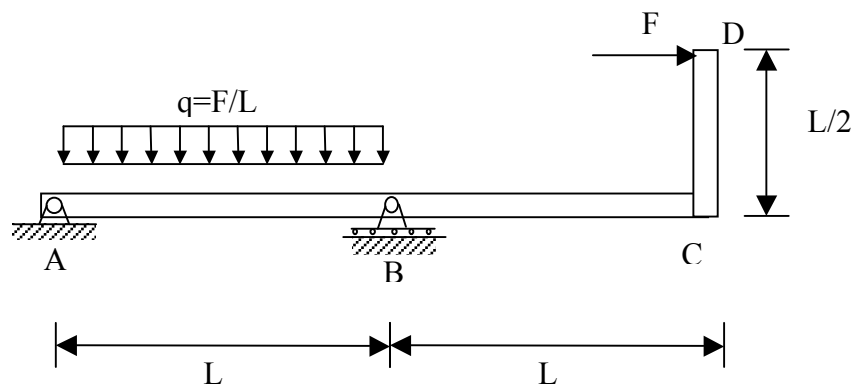


UNIVERSITETET I OSLO
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

UNDERVEISEKSAMEN I: MEK1500 – FASTSTOFFMEKANIKK
EKSAMENSDAG: TIRSDAG 12-10-2004
TID FOR EKSAMEN: 14.30 – 17.30
VEDLEGG: FORMELARK (2 SIDER)
TILLATTE HJELPEMIDLER: ROTTMANN'S FORMELSAMLING + GODKJENT
KALKULATOR
OPPGAVEN ER PÅ 3 SIDER

Oppgave 1.

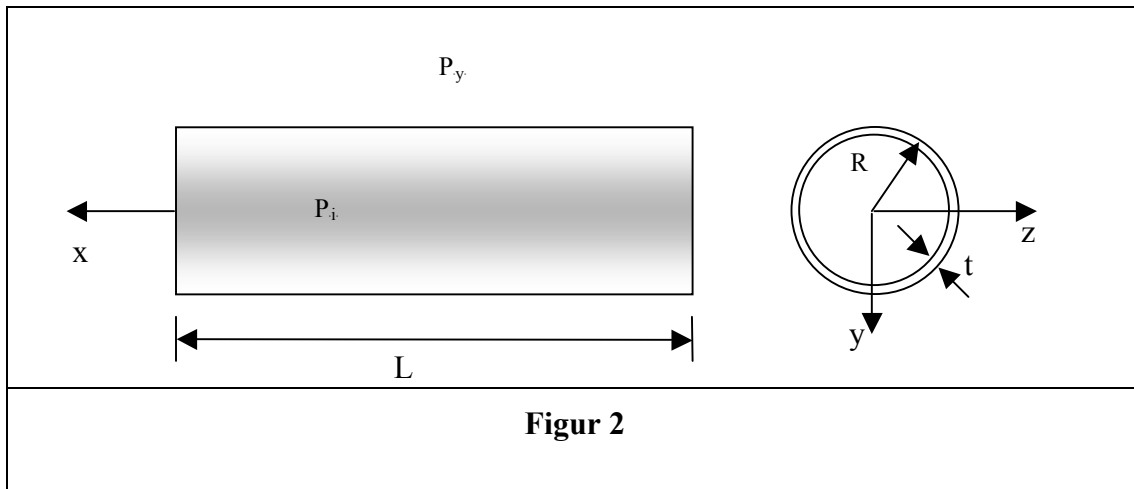


Figur 1

Figur 1 viser bjelken ABCD som er fritt opplagret med momentfritt boltelager i A og momentfritt rullelager i B. Over bjelken AB virker en jevnt fordelt last $q=F/L$ i vertikal retning. I C er det sveist på en arm CD som er utsatt for lasten F i D.

- a) Beregn fordelingen til bøyemomentet M , Snittkraften Q og aksialkraften N for bjelken ABC p.g.a. av lasten q . Tegn opp tilhørende snittkraftdiagrammer og angi ekstremalverdier og retninger.
- b) Beregn fordelingen til bøyemomentet M , Snittkraften Q og aksialkraften N for bjelken ABCD p.g.a. av lasten F . Tegn opp tilhørende snittkraftdiagrammer og angi ekstremalverdier og retninger.

Oppgave 2.



En tynnvegget sirkulærsylindrisk beholder i Figur 2 har lengde L , radius R og veggtykkelse t i den sylindriske delen ($t \ll R$). Beholderen er plassert på havbunnen og er derfor utsatt for et ytre trykk p_y i tillegg til et indre trykk p_i .

- Sett opp et uttrykk for koordinatspanningene i aksiell og tangentiell retning i veggene når vi ser bort fra effekten av endeveggene.
- Beregn forlengelsen og diameterøkningen av beholderen når det er gitt at materialet er et Hook-materiale med E-modul E og tverrkontraksjon ν .
- Beholderen er nå innspent på en slik måte at den er forhindret fra å forlenge seg i lengderetningen (x) men fri til å utvide seg radielt. Temperaturen på fluidet inni beholderen øker og fører til en homogen temperaturøkning i beholderveggen på ΔT . La $p_i = p_y = 0$ og beregn spenningen i beholderveggen når den lineære temperaturutvidelses-koeffisienten er α .

Oppgave 3

En borestreng som brukes for boring etter olje er utformet som en hul sylindrisk stav med ytre radius $R_y = 62.5\text{mm}$, indre radius $R_i = 48.5\text{mm}$ og lengde L . Strengen er belastet med en aksialkraft $N=1400\text{kN}$ og torsjonsmomentet $T=15\text{kNm}$. Anta at materialet er lineært elastisk med skjærmodul $G = 81\text{GPa}$

- a) Vis at torsjonsvinkelen ϕ for staven kan uttrykkes ved

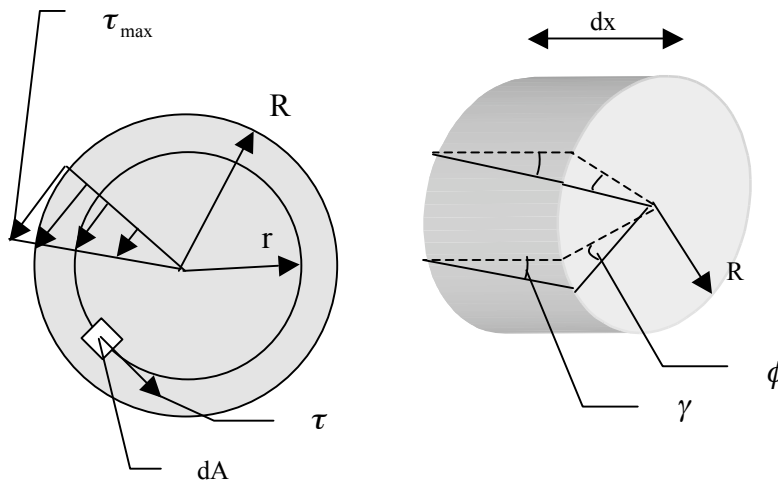
$$\phi = \frac{TL}{GI_p}$$

I_p er stavens polare arealtrehetsmoment.

Hint: Figur 3 viser en solid stav og gir $\gamma = \frac{\phi}{L}r$. Bruk dette til å uttrykke

skjærspenningen τ i elementet dA . Sett deretter opp likevekt mellom snittkraften og skjærspenningen for hele tverrsnittet.

- b) Beregn torsjonsvinkelen ϕ per 100m rørlengde
 c) Beregn skjærspenninger og normalspenninger i strengen.



Figur 3

SLUTT

FORMELARK:**Hooks lov for isotropt og lineært elastisk materiale**

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y - \sigma_z)] + \alpha\Delta T$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x - \sigma_z)] + \alpha\Delta T$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_y - \sigma_x)] + \alpha\Delta T$$

$$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_x + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_z)] - 3K\alpha\Delta T$$

$$\sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_y + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_z)] - 3K\alpha\Delta T$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_z + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_x)] - 3K\alpha\Delta T$$

Hooks lov for plan spenning

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu\sigma_y] + \alpha\Delta T$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu\sigma_x] + \alpha\Delta T$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E} (\sigma_y - \sigma_x) + \alpha\Delta T$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) - \frac{E\alpha\Delta T}{1-\nu}$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) - \frac{E\alpha\Delta T}{1-\nu}$$

Skjærmodul G og kompresjonsmodul K

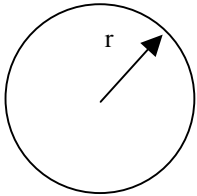
$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \qquad K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

Bøvemoment og skjærkraft

$$\frac{dQ}{dx} = -w \qquad \frac{DM}{dx} = Q$$

Torsjon av sylindriske staver**Torsjonsvinkel**

$$\phi = \frac{TL}{GI_p}$$

Tverrsnitt	Polart arealtrehetsmoment I_p
Sirkulær skive: 	$I_p = \frac{\pi r^4}{2}$