

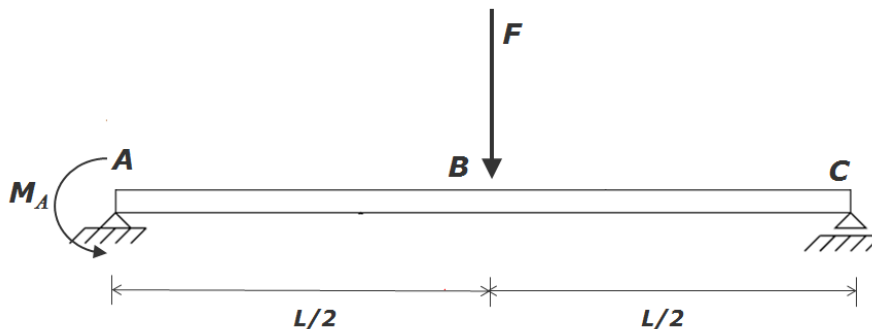
UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i	MEK2500 – Faststoffmekanikk
Eksamensdag:	Mandag 1. desember 2014
Tid for eksamen:	14.30 – 18.30
Oppgavesettet er på 4 sider	
Vedlegg:	Formelark er inkludert i oppgavesettet
Tillatte hjelpemidler:	Rottmann, “Matematisk formelsamling”. Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1 (ca. 40%)



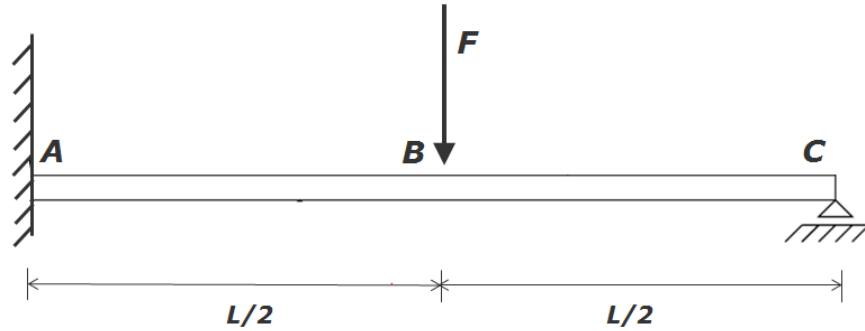
Figur 1

Figur 1 viser en lineært elastisk bjelke ABC som i B er påvirket av en vertikal punktlast F og et moment M_A i punkt A . Bjelken har konstant bøyestivhet EI , og bjelkens tverrsnitt, som er rektangulært, har bredde b og høyde h . Vi antar at bjelken opplever plan bøyning (i papirplanet).

- Bestem opplagerkreftene som virker på bjelken.
- Beregn aksialkrefter (N), skjærkrefter (Q) og bøyemomenter (M) i bjelken ABC . Tegn opp tilhørende snittkraft- og momentdiagram med angivelse av retninger samt verdier ved hvert punkt A , B og C .
- Bestem uttrykket for bøyelinjen (nedbøyningen) til bjelken. Skjærdeformasjoner skal ikke tas med i beregningene.

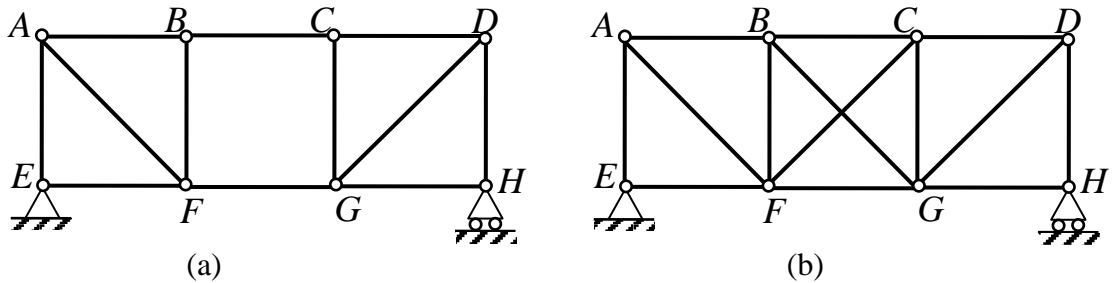
(Fortsettes på side 2.)

- (d) Bestem den største verdien for aksialspenningen σ_x i bjelken, og avgjør hvor i bjelken denne verdien oppnås når lasten F antas å være positiv og $M_A = 0$ (lokale effekter ved den konsentrerte lasten og opplagerne neglisjeres).
- (e) Vi skal nå studere bjelken i Figur 2. Den er identisk med bjelken i Figur 1 bortsett fra at momentet i A er erstattet med en fast innspenning. Bestem opplagerkreftene som virker på bjelken.



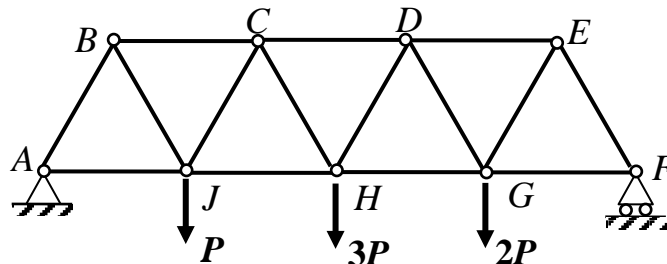
Figur 2

Oppgave 2 (ca. 20%)



Figur 3

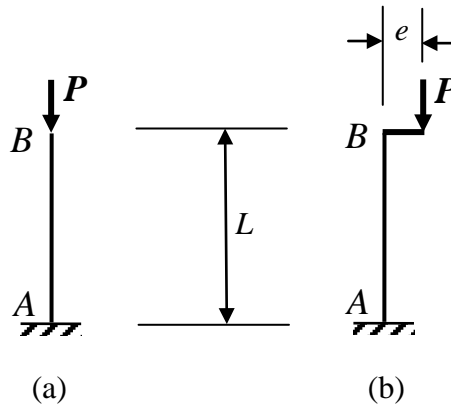
- (a) Figur 3(a) og (b) viser to plane fagverk bygget opp fra leddlagrede staver. I fagverket som er vist i Figur 3(b) er staverne BG og CF ikke festet sammen der de krysser hverandre. Avgjør om fagverkene er statisk bestemt, ubestemt eller underbestemt. Begrunn svarene.



Figur 4

- (b) Figur 4 viser også et plant fagverk, med påførte ytre, vertikale krefter P , $2P$ og $3P$ som vist. Hver stav har lengde a . Bestem reaksjonskreftene i A og F samt aksialkreftene i stav CD , DH og HG .

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 3 (ca. 25%)

Figur 5

Figur 5(a) viser en vertikal, rett søyle av lineært elastisk materiale som er fast innspent i punkt A mens B kan bevege seg fritt horisontalt. Søylene har bøyestivhet EI og lengde L . Den er påført en vertikal, sentrisk trykklast P . Sett opp en differensialligning som beskriver søylene i deformert tilstand, med horisontal forskyvning δ i punkt B. Bruk et passende koordinatsystem og linearisert annen ordens teori.

Regn ut søylens kritiske last, dvs. den laveste verdien av P som gir knekning.

Figur 5(b) viser den samme søylene, men lasten P er nå påført med eksentrisitet e , hvor $e \ll L$. Hvordan påvirker denne eksentrisiteten differensialligningen og søylens oppførsel under gradvis økende last P ? (En detaljert utregning kreves ikke.)

Oppgave 4 (ca. 15%)

- (a) En bjelke har rektangulært tverrsnitt med høyde h og bredde b . I et gitt tverrsnitt er den vertikale skjærkraften lik Q . Utled et uttrykk for skjærspenningsfordelingen på tverrsnittet (du kan bruke formelen som står på det vedlagte formelarket), og skissér denne spenningsfordelingen.
- (b) Bjelken i del (a) er erstattet med en I-bjelke med samme høyde og bredde, men flensene (de horisontale delene) har tykkelse t_f og steget (den vertikale delen) har tykkelse t_s , hvor $t_f, t_s \ll b, h$. Ved bruk av skisser, vis hvordan skjærspenningsfordelingen nå ser ut. Vis klart spenningsenes retning på hver del av tverrsnittet. Nøyaktige spenningsverdier kreves ikke.

SLUTT

(Fortsettes med vedlegg på side 4.)

VEDLEGG: Formelark

Forhold mellom bøyemoment M og krumning $\frac{d^2v}{dx^2}$ for en bjelke av lineært elastisk materiale med bøyestivhet EI :

$$\frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$$

Aksialspenning σ_x i en bjelke, lastet i x - y -planet, ved et tverrsnitt med aksialkraft N og bøyemoment M :

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{My}{I}$$

hvor A og I er tverrsnittets areal og andre arealmoment, og y er målt fra bjelkeaksen.

Skjærspenning på et punkt i et bjelketverrsnitt ved vertikal avstand y fra tverrsnittets arealsenter, forårsaket av vertikal skjærkraft Q :

$$\tau = \frac{QA'\bar{y}}{Ib}$$

hvor I er tverrsnittets andre arealmoment, b er tverrsnittets bredde (eller tykkelse) ved punktet, A' er arealet av den avskårede delen av tverrsnittet mellom punktet og en valgt fri kant, og \bar{y} er y -koordinat for denne delens arealsenter.

SLUTT