Oppgaver for Mek 3220

Geir Pedersen

Høst 2011

Oppgavene som følger kommer i tillegg til oppgaver i kompendiet og gamle eksamensoppgaver på nettet. Det er ikke klart hvor mange de blir, men de blir lagt ut etterhvert via lenker fra den detaljerte ukeplanen.

Oppg. 1 . Vi har

$$\nabla \mathbf{v} = \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j.$$

Vis at denne tilsvarer uttrykket

$$\nabla \mathbf{v} = \mathbf{i} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z}.$$

Oppg. 2 *Virvling i polarkoordinater.* Vi har gitt et vektorfelt i sylinderkoordinater

$$\mathbf{v} = v_r(r,\theta)\mathbf{i}_r + v_\theta(r,\theta)\mathbf{i}_\theta.$$

Bruk

$$\nabla = \mathbf{i}_r \frac{\partial}{\partial r} + \mathbf{i}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z},$$

til å utlede en formel for $\nabla \times \mathbf{v}$ i sylinderkoordinater. Sjekk resultatet ved å sammenlikne med en formelsamling.

Oppg. 3 $\nabla \mathbf{v}$ *i polarkoordinater.* Vi har gitt et vektorfelt i sylinderkoordinater

$$\mathbf{v} = v_r(r,\theta)\mathbf{i}_r + v_\theta(r,\theta)\mathbf{i}_\theta.$$

$$\nabla = \mathbf{i}_r \frac{\partial}{\partial r} + \mathbf{i}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z},$$

Finn formler for $\nabla \mathbf{v}$ og $\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}$ i sylinderkoordinater.

Oppg. 4 *Momentumflukstettheten.*

a) Vi betegner hastighetsvektoren i en væske med $\mathbf{v} = v_i \mathbf{i}_i$ og massetettheten med ρ. Forklar hvorfor tensoren (her skrevet på dyade-form)

$$\rho \mathbf{v}\mathbf{v} = \rho v_i v_j \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j, \tag{1}$$

gir konvektiv transport-tetthet av momentum (bevegelsesmengde) slik at

$$\int\limits_\sigma \mathbf{n} \cdot \rho \mathbf{v}\mathbf{v} d\sigma,$$

gir transporten gjennom flaten σ på grunn av hastighetsfeltet.

b) Vis ved indeksnotasjon og å behandle ∇ som formell vektor at

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}\mathbf{v}) = (\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}))\mathbf{v} + \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}. \tag{2}$$