

Oppg. 10 *Knyttet til oppgave 4, kap. 9.8 i kompendium.*

Vi antar at den innkommende bølgen kan ha en generell form

$$u_I = F(k_1x - \omega t),$$

der F er en funksjon. Anta videre at

$$u_R = R F(-k_1x - \omega t),$$

$$u_T = T F(k_2x - \omega t).$$

Kan du besvare punktene b og c fra oppgave 4, kap. 9.8 nå?

Oppg. 11 *Poiseulle strøm i ikke-sirkulære rør.* Et rør er uniformt i lengderetningen, som svarer til x akse, men har et generelt tverrsnitt som svarer til et område Ω i y - z planet. Langs røret er det et trykkfall som driver bevegelsen, mens rørvæggen er i ro.

a) Anta at hastighetsfeltet har formen

$$\mathbf{v} = u(y, z)\mathbf{i}.$$

Vis at trykkgradienten langs røret må være konstant og sett denne til $-\beta$.

b) Vis at u må oppfylle randverdi-problemet

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\frac{\beta}{\mu}, \quad \text{i området } \Omega$$
$$u = 0, \quad \text{på randa av } \Omega.$$

c) Anta at røret er sirkulært med radius a . Innfør sylinderkoordinater (r, θ, x) og løs randverdi-problemet for u i dette tilfellet.

d) Gå tilbake til kartesiske koordinater. Vi antar nå at randa til Ω er en ellipse gitt ved

$$F(y, z) = \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} - 1 = 0.$$

Vis at

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = \text{konstant},$$

og benytt dette til å finne u .

Oppg. 12 *Couettestrøm mellom sylindere.* Vi antar at rommet mellom to konsentriske sylindere, med radius hhv. a og b er fylt med væske. Legg x -aksen langs røret. Den ytre sylindere har hastighet $U\mathbf{i}$ (i lengderetning av røret), mens den indre sylindere er i ro. Vi antar at det ikke er trykkgradienter langs røret og at hastigheten kan skrives

$$\mathbf{v} = u(r)\mathbf{i},$$

der r er avstanden fra sylinderenes (felles) akse.

a) Finn u .

b) Finn skjærspenningene på den ytre og den indre sylindere. Forklar hvorfor de må være ulike.