

**Oppg. 9** *Spenningsfeltet for torsjon av sirkulær stav.* Torsjonsfeltet for en sirkulær stav er gitt som

$$\mathbf{u} = qxr\mathbf{i}_\phi,$$

i sylinderkoordinater  $(r, \phi, x)$  og

$$\mathbf{u} = qx(-z\mathbf{j} + y\mathbf{k}),$$

i kartesiske koordinater.

a) Regn i kartesiske koordinater og vis at

$$\mathcal{P} = \mu q \begin{Bmatrix} 0 & -z & y \\ -z & 0 & 0 \\ y & 0 & 0 \end{Bmatrix}.$$

b) Bruk resultatet fra forrige deloppgave til å finne prinsipalspenninger og retninger (hold deg i kartesiske koordinater). Vis at retningene svarer til  $\mathbf{n} = \pm\mathbf{i}_r, \sqrt{\frac{1}{2}}(\pm\mathbf{i} \pm \mathbf{i}_\phi)$

c) Bruk sylinderkoordinater og vis at

$$\mathcal{P} = \mu q r (\mathbf{i}\mathbf{i}_\phi + \mathbf{i}_\phi\mathbf{i}).$$

d) Benytt uttrykket for  $\mathcal{P}$  i sylinderkoordinater til å finne prinsipalspenninger og retninger. En grei start er å sette  $\mathbf{n} = n_x\mathbf{i} + n_r\mathbf{i}_r + n_\phi\mathbf{i}_\phi$  og sette opp  $(\mathcal{P} - \sigma I) \cdot \mathbf{n} = 0$  som et sett av homogene likninger.