

## MEK 4530 – Høst 2007: OPPGAVESETT 2

Innleveringsfrist 28. september 2007

### Del A

Figur 1 viser en fritt opplagt søyle AB med lengde  $L$  og bøyestivhet  $EI$  som er påført trykklast  $P$  parallelt med søylens akse men med eksentrisitet  $e$  i forhold til søylens arealsenter.

a) Vis at den horisontale forskyvningen  $\delta$  ved søylens midtpunkt er gitt ved

$$\delta = e \left( \sec \frac{kL}{2} - 1 \right)$$

og at

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \frac{8 \left( \sec \frac{kl}{2} - 1 \right)}{k^2 L^2}$$

hvor  $\delta_0$  er verdien av  $\delta$  som regnes ved bruk av 1. ordens bøyningsteori og  $k^2 = P/EI$ .

b) Ved bruk av resultatet fra del (a), tegn hvordan forholdet  $\delta/\delta_0$  varierer med  $P/P_{kr}$ , hvor  $P_{kr} = \pi^2 EI/L^2$ , og sammenlign resultatet med tilsvarende variasjon gitt ved følgende formel:

$$\frac{\delta}{\delta_0} \cong \frac{1}{1 - P/P_{kr}}$$

Resultatet kan sammenlignes med Figur 3.5 i Bergan og Syvertsen.

### Del B

Figur 2 viser en bjelke AB med uniform bøyestivhet  $EI$  og aksiallast  $P$ . Momentene og skjærkreftene ved endene er som vist i figuren.

a) Vis at tverrforskyvningen  $v(x)$  ved avstand  $x$  langs bjelken fra ende A er gitt ved differensialligningen

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{P}{EI} v = \frac{1}{EI} (Pv_A + M_A - Qx)$$

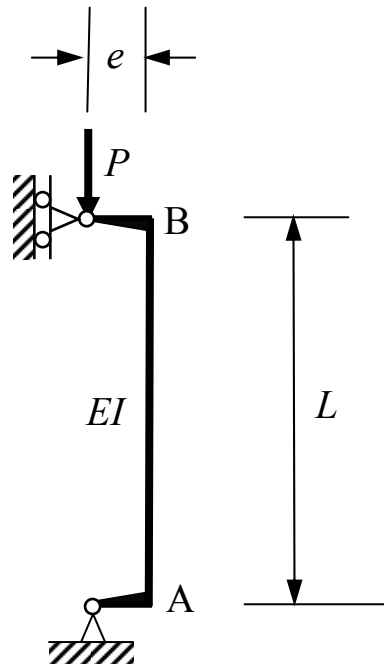
### Del C

Figur 3 viser en søyle BC med uniform bøyestivhet  $EI$  som er stivt forbundet i punkt B med en bjelke AB og med en utkragersøyle BD. Bjelken ABs bøyestivhet gir en rotasjonsstivhet  $k_b = 2EI/L$  ved punkt B. Utkragersøylen BD har uendelig stor bøyestivhet. Skjær- og aksialdeformasjoner kan neglisjeres og det kan regnes med 1. ordens aksialkrefter.

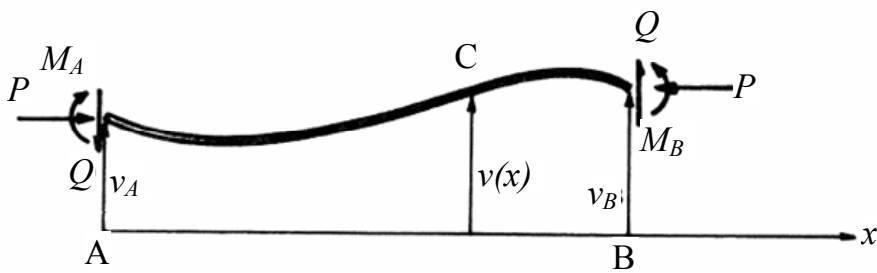
a) Ved å bruke resultatet fra Del B, vis at den kritiske lasten er gitt ved

$$\tan \beta = \frac{\beta(4 - \beta^2)}{4 + \beta^2} \quad \text{hvor} \quad \beta = \sqrt{\frac{PL^2}{EI}}$$

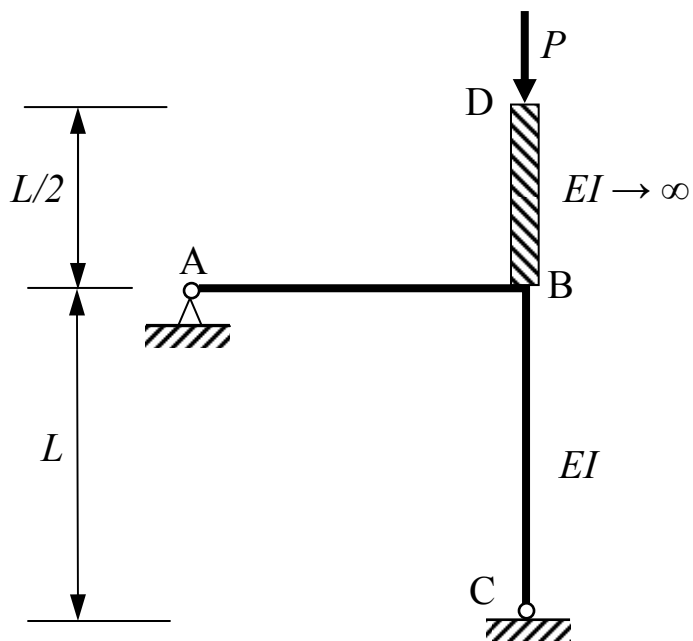
b) Beregn  $\beta$  og deretter søyle BCs kneklengde.



Figur 1



Figur 2



Figur 3