

EKSAMEN MEK 4540

2 Juni 2006

3 Timer

## Oppgave 1

a) Stivhet og styrke

	$E$ [GPa]	$\sigma_{TS}$ [MPa]
Epoxy	2-4	50-130
Polyster	2-4	30-100
Glass fiber	72	2-4000
Karbon fiber	250-400	2-3000

b) Antakelser for blandingsregelen

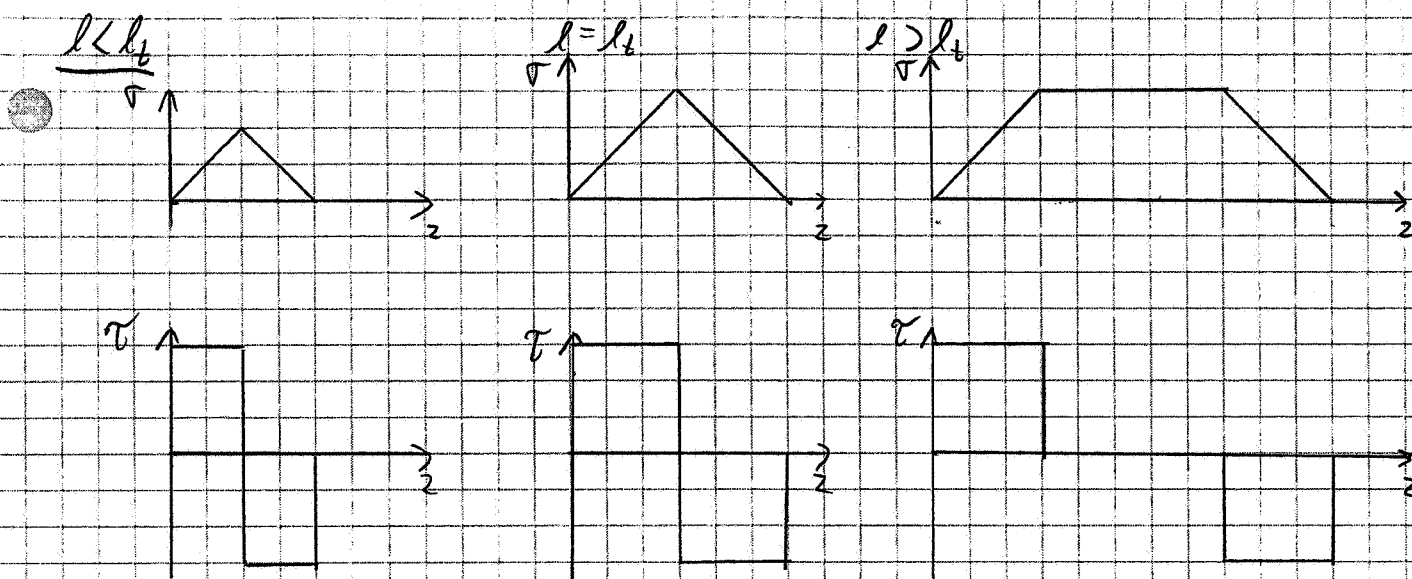
- \* Perfekt heft mellom fiber og matrise
- \* Uniforme, kontinuerlige og parallelle fibre
- \* Lineært elastisk fiber og matrise

c) Lastoverføringslengde

Den nødvendige fiberlengden for at spenningen i fiberen skal kunne bli samme (spenning som i en kontinuerlig fiber ved samme last).

Kritisk lengde

Den minste fiberlengden som er nødvendig for at fiberen skal kunne ta opp buddlasten



d) A angir sammenhengen mellom i-plans krefter (normal og skjær) midtplanstøyninger

B angir kobling mellom normalkrefter og krumning samt mellom momenter og midtplanstøyninger

D angir sammenhengen mellom momenter og krumning

$A_{ik}$  og  $A_{ki}$  angir kobling mellom normalkrefter og i-plans skjær samt skjærkrefter og midtplansstøyning

$D_{ic}$  og  $D_{ci}$  angir på samme måte kobling mellom bøyemomenter og vridning samt vridningsmoment og bøyning

Oppgave 2

a) Hooké's lov for spesialortotropt materiale

Anta:

$$\sigma_T = \tau_{LT} = 0, \sigma_L \neq 0$$

$$\downarrow$$

$$\epsilon_L = \frac{\sigma_L}{E_L}$$

$$\epsilon_T = -\nu_{LT} \epsilon_L = -\nu_{LT} \frac{\sigma_L}{E_L}$$

$$\gamma_{LT} = 0$$

$$\sigma_L = \tau_{LT} = 0, \sigma_T \neq 0$$

$$\downarrow$$

$$\epsilon_L = -\nu_{TL} \epsilon_T = -\nu_{TL} \frac{\sigma_T}{E_T}$$

$$\epsilon_T = \frac{\sigma_T}{E_T}$$

$$\gamma_{LT} = 0$$

$$\sigma_L = \sigma_T = 0, \tau_{LT} \neq 0$$

$$\epsilon_L = 0$$

$$\epsilon_T = 0$$

$$\gamma_{LT} = \frac{\tau_{LT}}{G_{LT}}$$

Superponerer: spennings tilstandene og for

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_L &= \frac{\sigma_L}{E_L} - \nu_{TL} \frac{\sigma_T}{E_T} \\ \epsilon_T &= -\nu_{LT} \frac{\sigma_L}{E_L} + \frac{\sigma_T}{E_T} \\ \gamma_{LT} &= \frac{\tau_{LT}}{G_{LT}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \epsilon_L \\ \epsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix}}_{= [S]} \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{bmatrix}$$

Antallet uavhengige elastiske konstanter er 4. Symmetri av kjernekonstantene krever at  $S_{12} = S_{21} \Rightarrow \frac{\nu_{LT}}{E_L} = \frac{\nu_{TL}}{E_T}$

b)

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{35000} & -\frac{0.3}{35000} & 0 \\ -\frac{0.3}{35000} & \frac{1}{7000} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5000} \end{bmatrix} \text{MPa}^{-1} = \begin{bmatrix} 2.86 & -0.86 & 0 \\ -0.86 & 14.29 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix} \times 10^5 \text{MPa}^{-1}$$

$$[Q] = [S]^{-1} = \begin{bmatrix} 35.6 & 2.14 & 0 \\ 2.14 & 7.13 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \times 10^3 \text{MPa}$$

c)

$$[Q'_{45}] = [T_{45}]^{-1} [Q'] [T_{45}]$$

der  $Q'_{66} = 2Q_{66}$

$[Q']$  gjelder for tensorielle lagningar

$$[T_{45}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow [Q'_{45}] = \begin{bmatrix} 16.8 & 6.8 & 14.3 \\ 6.8 & 16.8 & 14.3 \\ 7.1 & 7.1 & 19.2 \end{bmatrix} \times 10^3 \text{MPa}$$

$$\Rightarrow [Q_{45}] = \begin{bmatrix} 16.8 & 6.8 & 7.1 \\ 6.8 & 16.8 & 7.1 \\ 7.1 & 7.1 & 9.62 \end{bmatrix} \times 10^3 \text{MPa}$$

$[Q_{45}]$  gjelder for ingeniørtagninga

$[Q_{90}]$  findes enkelt ved å bytte  $x$  og  $y$ -retning i

$[Q]$

$$\Rightarrow [Q_{90}] = \begin{bmatrix} 7.13 & 2.14 & 0 \\ 2.14 & 35.6 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \times 10^3 \text{ MPa}$$

d) Last deformasjons kurve

Trænger  $[A]$  for laminatet

$$[A] = 10 \times [Q] \times 0.1 \text{ mm} + 10 \times [Q_{90}] \times 0.1 \text{ mm}$$

$$= [Q] + [Q_{90}] = \begin{bmatrix} 42.7 & 4.28 & 0 \\ 4.28 & 42.7 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \times 10^3 \text{ N/mm}$$

Breddetøjningen findes fra de målte spændinger

$$\epsilon_{L0} = \frac{\sigma_{L0}}{E_L} = \underline{2.3 \times 10^{-2}}$$

$$\epsilon_{T0} = \frac{\sigma_{T0}}{E_T} = \underline{2.9 \times 10^{-3}}$$

Se at tværlagene vil være først (ved  $\epsilon_T = 2.9 \times 10^{-3}$ )

Lasten er da:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} 0.0029 \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

Løser ligningssystemet og finder

$$\underline{N_x = 123 \text{ N/mm}}$$

$N_y$  [A] blir (antar  $[Q_{90}] = 0$  eller bredd)

$$[\bar{A}] = 10 [Q] \times 0.1 \text{ mm} = \begin{bmatrix} 35.6 & 2.14 & 0 \\ 2.14 & 7.13 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta N_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = [\bar{A}] \begin{bmatrix} 0.003 - 0.0029 \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

Løser likningssettet og finner

$$\underline{\underline{\Delta N_x = 702 \text{ N/mm}}}$$

Last-deformasjonskurven blir da

