UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	STK2510 — Skadeforsikring og risiko
Eksamensdag:	Torsdag 11. juni 2009.
Tid for eksamen:	09.00 – 12.00.
Oppgavesettet er på 4 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

Betrakt en porteføljе med J poliser. Anta årlige skader for hver polise følger en sannsynlighetsfordeling F_N med en årlig skadefrekvens μ. Anta videre at utbetaling per skade, Z, følger en felles sannsynlighetsfordeling F_z med forventet utbetaling ξ_z.

(a) Hva blir den rene premie, π^{pu}? Hvorfor er dette en så sentral størrelse for evaluering av risiko.

(b) Forklar også hva som menes med reserve (solvency capital).

Diskutér hvorfor denne størrelsen ikke er like lett å beregne analytisk.

(c) Forklar hvordan Monte Carlo metoder kan brukes for å beregne reserven. Sett opp en pseudo-kode for hvordan dette kan gjøres.

Diskutér styrker og svakheter ved bruk av slike metoder.

Hvordan vil du bestemme antall simuleringer som må utføres for å få et rimelig anslag på reserven?

Kan kjennskap til den rene premie brukes på noen hensiktsmessig måte i denne sammenheng?

(Fortsettes side 2.)

(d) Diskutér hensikten med reassuranse (re-insurance).

Hvordan kan ren premie for reassuranse og dens innflytelse på reserven beregnes (relater til spørsmålene ovenfor).

Utvid pseudo-koden fra punkt (c) til å beregne reassuransepremien med en $a \times b$ type kontrakt på polis-nivå samt et påslag (loading) γ.

Oppgave 2.

Vi vil i denne oppgaven betrakte et datasett bestående av totalt 23359 poliser for bilforsikring (fra Baxter, Coutts og Ross, 1980). Datasettet er fordelt i 64 grupper etter distrikt (4 større byer), alder (4 grupper, < 25, $25-29$, $30-35$ og > 35), og bilkategori (4 grupper, < 1 liter, $1-1.5$ liter, $1.5-2$ liter og > 2 liter). De 64 grupper kommer da frem som alle kombinasjoner ($4 \times 4 \times 4 = 64$). Innen hver gruppe er antall krav i tillegg til antall poliser angitt.
Vi ønsker i denne oppgaven å se på hvordan forskjeller i risiko med hensyn på antall krav for de ulike gruppene kan modelleres og estimeres.

(a) En enkel modell ville være å si at hver av de 64 gruppene har sin egen risiko og modellere disse uavhengige av hverandre. Gitt at antall poliser innen hver gruppe varierer fra 3 til 3582, hvilke problemer kan en få ved en slik tilnærming?

Diskuter fordeler med en mer strukturert modell, dvs der vi antar en parametrisk struktur på skade-intensiteten.

La μ_j være krav instensiteten innen gruppe $j, j = 1, ..., 64$. Betrakt nå følgende modell:

$$\log(\mu_j) = b_0 + \sum_{i=2}^{4} b_1(i)x_{j,1}(i) + \sum_{i=2}^{4} b_2(i)x_{j,2}(i) + \sum_{i=2}^{4} b_3(i)x_{j,3}(i)$$

der $x_{j,1}(i) = 1$ hvis gruppe j hører til distrikt i og $= 0$ ellers, med tilsvarende definisjoner for $x_{j,2}(i)$ og $x_{j,3}(i)$. Nummerering av kategorier er slik de er listet opp ovenfor, dvs < 25 svarer til aldersgruppe 1, $25-29$ til aldersgruppe 2 osv.

(b) Hvorfor er ikke $b_1(1), b_2(1)$ og $b_3(1)$ inkludert i modellen?

Gi en fortolkning av parametrene som er involvert.

Ved i tillegg å anta at antall krav er uavhengige mellom grupper og Poisson fordelt med parameter μ_j for gruppe j, kan parametrene i modellen estimeres

(Fortsettes side 3.)

ved Poisson regresjon. Dette gir følgende resultater:

	Distrikt			Alder			Bilkategori		
Par	$b_1(2)$	$b_1(3)$	$b_1(4)$	$b_2(2)$	$b_2(3)$	$b_2(4)$	$b_3(2)$	$b_3(3)$	$b_3(4)$
Est	0.026	0.039	0.234	0.430	0.005	-0.029	-0.394	0.000	-0.017
SE	0.043	0.051	0.062	0.049	0.042	0.033	0.049	0.049	0.048

der Par svarer er parameter, Est er estimat og SE er tilhørende standard feil. I tillegg er b_0 estimert til -1.811 med tilhørende estimert standard feil 0.033.

(c) Hva blir den estimerte krav intensiteten for gruppen innen distrikt 2, aldersgruppe < 25 og bilkategori > 2 liter?

Hvordan endres krav-intensiteten hvis en endrer bilkategori til $1 - 1.5$ liter?

(d) Gjennomsnittelig antall krav innen de ulike aldersgrupper er

Aldersgruppe	< 25	$25 - 29$	$30 - 35$	> 35
Gjennomsnittelig antall krav	0.201	0.173	0.151	0.122

Hva er ordningen av aldersgrupper i forhold til *estimerte* intensiteter?

Kan du angi en mulig årsak til at ordningen i de gjennomsnittelige krav fra data ikke er beholdt i estimatene?

Oppgave 3.

Denne oppgaven vil være en fortsettelse på den forrige oppgaven. Du er ikke avhengig av å ha løst punktene i den forrige oppgaven. Vi vil som der anta at antall krav innen hver gruppe er Poisson fordelt.
I denne oppgaven vil vi også ta hensyn til kravenes størrelse og vil anta alle krav er uavhengige og identisk fordelte med forventning ξ_z og varians σ_z^2.

(a) Vis at den rene årlige premie, definert som $\pi^{pu} = E(\mathcal{X})$ der $\mathcal{X}$ er total mengde krav, kan skrives som

$$\pi^{pu} = \xi_z \sum_j w_j \mu_j$$

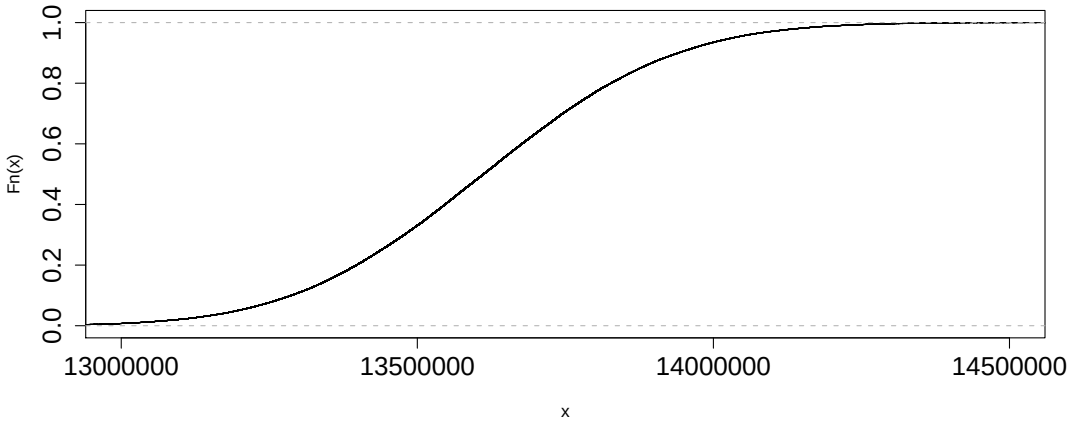
der summen er over grupper som definert i Oppgave 2. Hva er w_j-ene her?

Utled også et utrykk for variansen til $\mathcal{X}$.

(b) Nedenfor er det angitt den empirisk kumulative sannsynlighetsfordeling for 10^5 simuleringer av $\mathcal{X}$. Basert på dette plottet, gi et anslag på 95% reserven for denne portføljen.

(Fortsettes side 4.)

Anta mange av forsikringstakerene med bil i kategoriene $1 - 1.5$ liter og $1.5 - 2$ liter skifter til bil i kategorien $1 - 1.5$ liter. Hva slags effekt vil dette ha på reserven.



SLUTT