UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	STK2510 — Skadeforsikring og risiko - FASIT
Eksamensdag:	Torsdag 11. juni 2009.
Tid for eksamen:	09.00 – 12.00.
Oppgavesettet er på 3 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

(a) Ren premie blir $\pi^{pu} = E(\mathcal{X})$ der $\mathcal{X}$ er total krav sum. Denne blir lik

$$\pi^{pu} = \mu J \xi_z.$$

Den rene premie er sentral fordi den kan brukes for fastsettelse av faktisk premie. Typisk vil en legge på en ladning (gjerne proposjonal) i tillegg slik at en faktisk får en fortjeneste.

(b) Med reserve menes en størrelse q_ε slik at

$$\Pr(\mathcal{X} > q_\varepsilon) = \varepsilon$$

der ε er en liten størrelse. Slike størrelser er viktige for å fastsette den kapital som må være tilgjengelig for å sikre seg mot å ikke få større krav enn en faktisk kan utbetale.

For å kunne beregne denne størrelsen, trenger en den kummulative fordelingsfunksjon til $\mathcal{X}$. Siden den er en konvolusjon av et (ukjent) antall krav, blir denne fort komplisert å regne på analyttisk.

(c) Monte Carlo metoder gå på å representere fordelingen til $\mathcal{X}$ ved hjelp av simuleringer. En pseudo-kode er som følger:

(Fortsettes side 2.)

(a) Simuler N^* fra F_N

(b) Simuler $Z_1^*, ..., Z_N^*$ uif fra F_z.

(c) Sett $\mathcal{X}^* = \sum_{i=1}^{N} Z_i^*$.

Prosedyren ovenfor kan gjentas m ganger som gir oss $\mathcal{X}_1^*, ..., \mathcal{X}_m^*$. q_ε kan så tilnærmes med den øvre ε kvantilen blandt disse simuleringene.

Styrker:

- Enkelt å implementere
- Enkelt å modifisere for ulike valg av fordelinger
- Enkelt å generalisere til varierende μ for hver polis og/eller varierende fordelinger for kravstørrelser.

Svakheter

- Da vi er interessert i hale-sannsynligheter kan det være nødvendig med et stort antall simuleringer.
- Vi får ulike svar for hver gang vi utfører simuleringene.

Repetering av prosedyren gir oss anslag på usikkerhet i metoden. Det er også mulig å sammenlikne med normal-tilnærming eller NP-metoden for å se om det ligger i rimelig nærhet.

Hvis en beregner ren premie med Monte Carlo metoder parallelt, kan dette sjekkes mot de analyttiske verdier for å sjekke for feil i programmet.

(d) Re-forsikring kan brukes for å spre risiko over flere selskaper. Dette medfører samtidig at krav til reserve kan bli (betydelig) mindre. Selv om det vil være en forventet kostnad ved re-forsikring, kan dette tjenes inn igjen gjennom investering av den "ledige" kapital i andre formål.

Oppgave 2.

(a) Med kun 3 observasjoner innen en gruppe, blir estimering av intensitet svært usikker.

Fordelen med en slik parametrisk modell er at det blir færre parametre å estimere. Det kan også brukes til ekstrapolering hvis det ikke finnes data innen enkelte grupper/kombinasjoner.

(b) Hadde vi tatt med $b_1(1)$, så ville modellen vært overparametrisert.

Hvis vi lar μ_k svare til intensitet for region k, så har vi at

$$\frac{\mu_k}{\mu_1} = e^{b_1(k)},$$

(Fortsettes side 3.)

dvs $b_1(k)$ sier noe om endring i intensitet fra region 1. Denne endringen er med den additive modellen vi har valgt (multiplikativ på orginal skala) uavhengig av hva de andre forklaringsvariable i modellen er.

(c) Vi får

$\log(\hat{\mu}_j) = -1.811 + 0.026 + 0 - 0.017 = -1.802$

som gir $\hat{\mu}_j = 0.1650$.

Hvis en endrer bilkategori til < 1 liter, vil dette medføre en multiplikativ endring på $\exp(b_3(2) - b_3(4)) = \exp(-0.394 + 0.017) = 0.6859$. Dette gir en estimert intensitet på 0.1131.

(d) For de estimerte intensiteter, er ordningen $2 > 3 > 1 > 4$ mens i data er ordningen $1 > 2 > 3 > 4$. En mulig årsak til dette er at det kan være avhengigheter mellom de ulike forklaringsvariable, f.eks kan det være ulike preferanser på de ulike aldersgrupper mhp type bil en velger.

Oppgave 3.

(a) Hvis vi lar w_j være antall kunder innen hver gruppe, er

$$\mathcal{X} = \sum_j w_j \mathcal{X}_j$$

Videre er

$$E[\mathcal{X}_j] = \mu_j E[Z] = \mu_j \xi_z$$

som gir

$$E[\mathcal{X}] = \sum_j w_j \mu_j E[Z] = \xi_z \sum_j w_j \mu_j.$$

Videre er

$$\begin{aligned}\text{var}(\mathcal{X}_j) =& E[\text{var}[\mathcal{X}_j]|N_j] + \text{Var}[E(\mathcal{X}_j)|N_j] \\ =& E[N_j \sigma_z^2] + \text{Var}[N_j \xi_z] \\ =& \mu_j \sigma_z^2 + \xi_z^2 \mu_j \\ =& \mu_j(\sigma_z^2 + \xi_z^2)\end{aligned}$$

som gir

$$\text{var}(\mathcal{X}_j) = \sum_j w_j^2 \mu_j (\sigma_z^2 + \xi_z^2).$$

(b) 95% fraktilen er 14032809.

Nå mange skifter til bilkategorien med minst intensitet, vil dette medføre at antall krav totalt sett blir mindre og dermed vil også krav til reserve bli mindre.

SLUTT