Steinar Holden, oktober 2009

Løsningsforslag til oppgave 1 og 3 i oppgavesett Keynes-modeller

Oppgave 1
Betrakt modellen:

(1) $Y = C + I$
(2) $C = c_0 + c\,Y$ $\qquad c_0 > 0,\ 0 < c < 1$

der Y er BNP, C er konsum, og I er realinvesteringer. Y og C er de endogene variable, og I er eksogen.

a) La $c_0 = 100$, $c = 0{,}8$ og $I = 100$. Finn likevektløsningene for Y og C.
b) Anta at investeringene øker til $I_1 = 120$. Finn likevektsløsningene for Y og C.

Løsningsforslag oppgave 1:
En måte å løse oppgave på, er å først sette inn tall for de eksogene variable og parametre, slik at vi får

(1') $Y = C + 100$
(2') $C = 100 + 0{,}8\,Y$

og deretter løse modellen for Y og C
Vi finner først løsningen for Y. Da må vi få et uttrykk for Y alene, og må derfor ”bli kvitt” den andre endogene variabelen C. Vi ”blir kvitt” C i (1') ved å erstatte den med uttrykket for C fra (2'). Med andre ord, vi setter (2') inn i (1'), bruker at I = 100, og får

$Y = 100 + 0{,}8\,Y + 100.$

Trekker fra 0,8 Y på begge sider, slik at vi får

$Y - 0{,}8\,Y = 100 + 100$

Regner ut uttrykkene på begge sider

$0{,}2\,Y = 200$

Deler på 0,2 på begge sider

$$\frac{0{,}2Y}{0{,}2} = \frac{200}{0{,}2} = 1000$$

Kan forkorte 0,2 mot 0,2 på venstresiden, slik at løsningen for Y blir

Y = 1000.

Løsningen for C finnes ved å sette løsningen for Y inn i (2')

C = 100 + 0,8*1000 = 900

Alternativt kunne vi løst oppgaven ved å først finne løsningene for Y og C analytisk, og deretter sette inn tall for parametere og eksogene variable.
Ved å sette inn for C i (1) ved å bruke (2), får vi

Y = c_0 + cY + I

Her kan vi trekke fra Y på begge sider, slik at vi får

Y – cY = c_0 + I

Vi kan sette Y utenfor en parentes på venstresiden

Y(1-c) = c_0 + I

og dele på uttrykket i parentesen på begge sider av likhetstegnet

$$\text{(3)} \qquad Y = \frac{1}{1-c}\left(c_0 + I\right)$$

som er løsningen for Y. Løsningen for Y, (3), kan settes inn i konsumfunksjonen (2), slik at vi får

$$\begin{aligned}
C = c_0 + cY &= c_0 + \frac{c}{1-c}\left(c_0 + I\right) \\
&= c_0 + \frac{c}{1-c}c_0 + \frac{c}{1-c}I \\
&= \left(1 + \frac{c}{1-c}\right)c_0 + \frac{c}{1-c}I \\
\text{(4)} \qquad &= \left(\frac{1-c}{1-c} + \frac{c}{1-c}\right)c_0 + \frac{c}{1-c}I \\
&= \frac{1-c+c}{1-c}c_0 + \frac{c}{1-c}I \\
&= \frac{1}{1-c}c_0 + \frac{c}{1-c}I
\end{aligned}$$

som er løsningen for C. Nå kan vi sette inn tall for I, c_0 og c i (3) og (4), og vi får de samme løsninger som vi har fått over. (3) og (4) kaller vi modellen på redusert form.

b) Løsningene for Y og C når I har økt til 120 kan vi finne på samme måte som under a). Når vi allerede har funnet løsningene for Y og C, er det enklest å sette inn tall direkte der. Da får vi

$$Y = \frac{1}{1-0{,}8}(100+120) = 5*220 = 1100$$

$$C = \frac{1}{1-0{,}8}100 + \frac{0{,}8}{1-0{,}8}120 = 5*100 + 4*120 = 980$$

På oppgave 3 gis bare skisse med riktige formler

Oppgave 3

a) Likevektsløsninger for Y og C

$$Y = \frac{1}{1-c}(c_0 + I)$$

$$C = c_0 + cY = \frac{1}{1-c}c_0 + \frac{c}{1-c}I$$

b)

Y og C øker med

$$\Delta Y = \frac{1}{1-c}\Delta I > 0$$

$$\Delta C = \frac{c}{1-c}\Delta I > 0$$