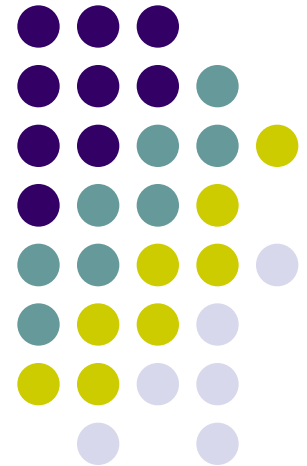


Dødelighet og dødelighetstabell

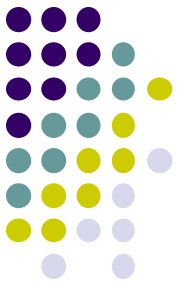
Nico Keilman

Demografi grunnemne
ECON 1710
Høst 2014

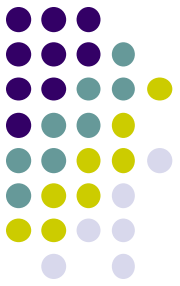


Oversikt dagens forelesning

- summarisk dødsrate
 - alders- og kjønns spesifikke dødsrater
 - dødssannsynlighet
 - dødelighetstabell
 - litt empiri og rekord-levealderen
- ➔ Rowland kap. 8



Summarisk dødsrate SDR (Crude Death Rate *CDR*)



$$SDR = D / (\frac{1}{2} * (P_0 + P_1)) * 1000$$

D # dødsfall et gitt år; P_0 , P_1 folkemengde 1.1 og 31.12

Et mål for dødelighet: antall dødsfall pr. tusen personer pr. år

Dødelighet i hele befolkningen uansett alder

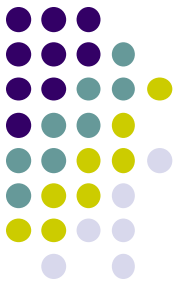
Fordel: SDR krever lite data, enkelt å beregne og lett å forstå

Ulempe: SDR kan være misvisende ved sammenlikninger i tid og rom, fordi målet ikke tar hensyn til befolkningens alderssammensetning

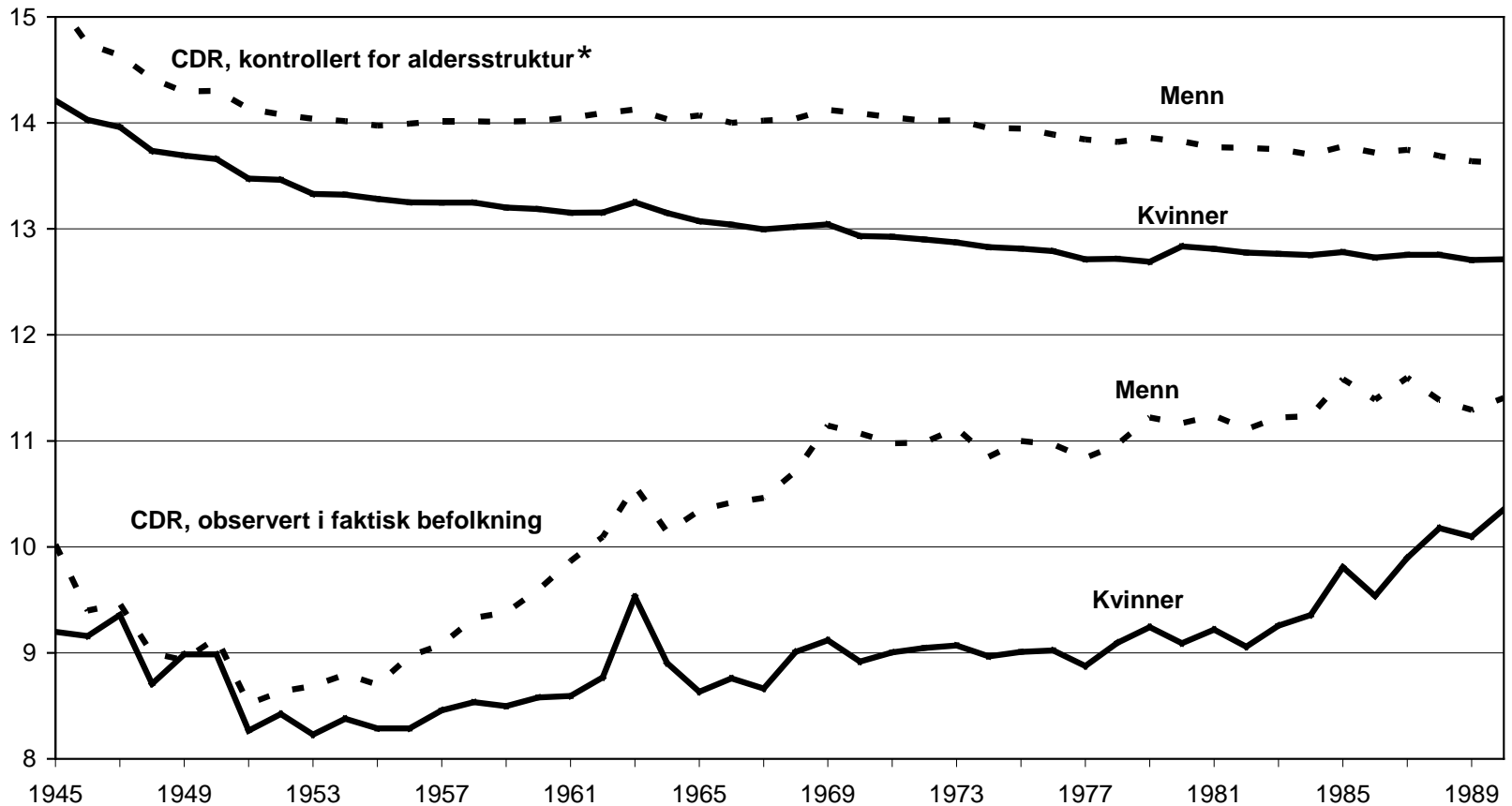
Ikke alle dødsårsaker har lik risikoprofil over alder (eller kjønn)

Men fordelaktig dersom raten standardiseres for kjønn og alder (jfr. standardisering, senere forelesning)

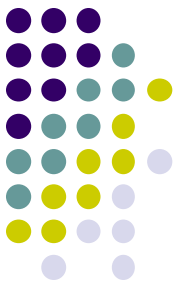
CDR Norge 1945-1990



Antall døde per 1000 per år



* $I_0 / T_0 * 1000$, se Rowland s. 283-284



Alders- og kjønnsespesifikke rater

Dødeligheten varierer ikke bare med kjønn, men også med alder (x)

Dødsrate alder x: $M_x = D_x / (\frac{1}{2} * (P_{0,x} + P_{1,x}))$

D_x # dødsfall alder x; $P_{0,x}$ og $P_{1,x}$: start- og sluttbefolkning alder x

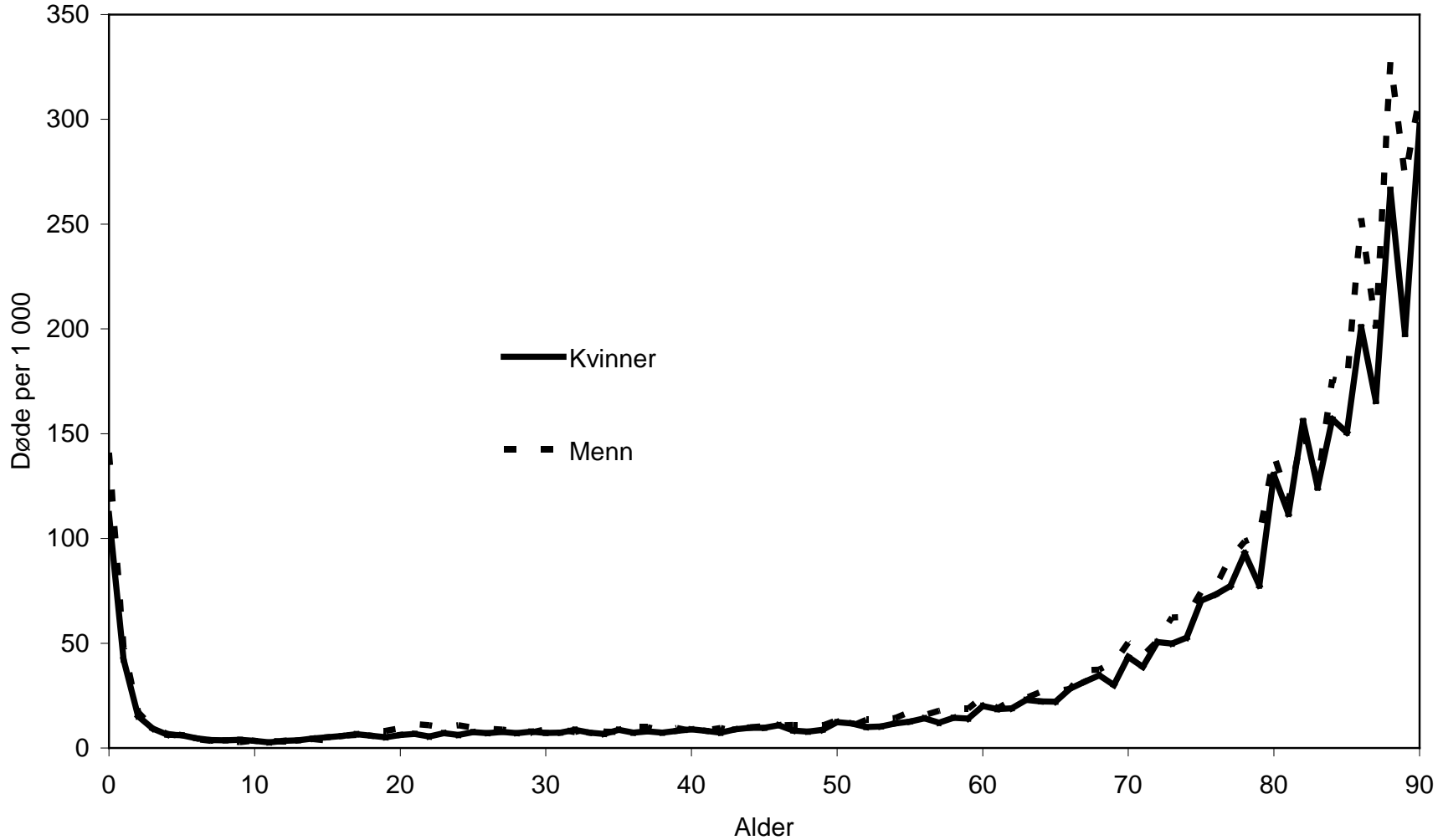
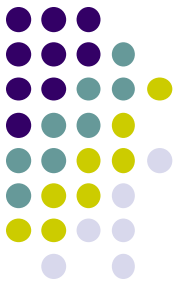
Forholdet mellom antall dødsfall for kvinner (menn) i en bestemt aldersgruppe og middelfolkemengden av kvinner (menn) i den samme aldersgruppen

Tolkning som rate generelt: antall dødsfall per person (eventuelt per 1000 personer, når ganget med 1000) per år – her i befolkningsgruppen med alder x

Variere mellom 0 (ingen dør) og 2 (alle dør)

(NB 2 dødsfall pr. person pr. år = 1 dødsfall i løpet av 6 måneder)

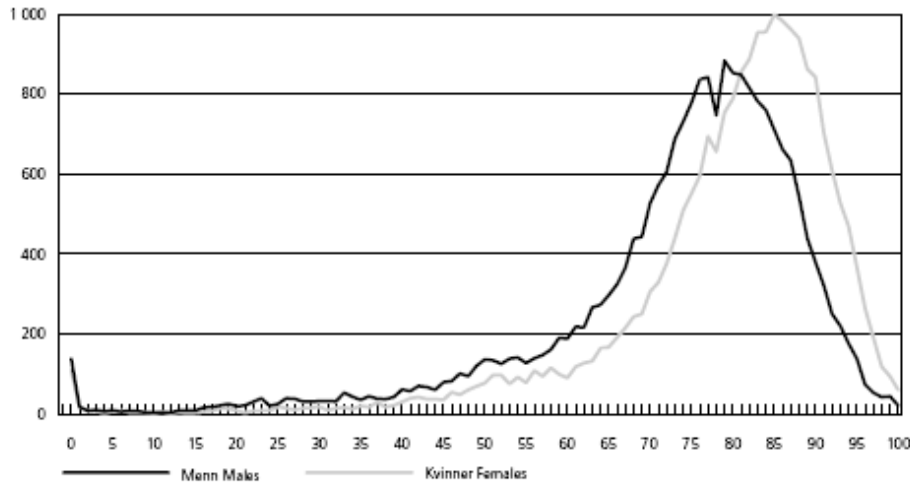
Aldersavhengige dødsrater, Norge 1900



Døde etter kjønn og alder, 1997
Deaths by sex and age, 1997



Antall Number

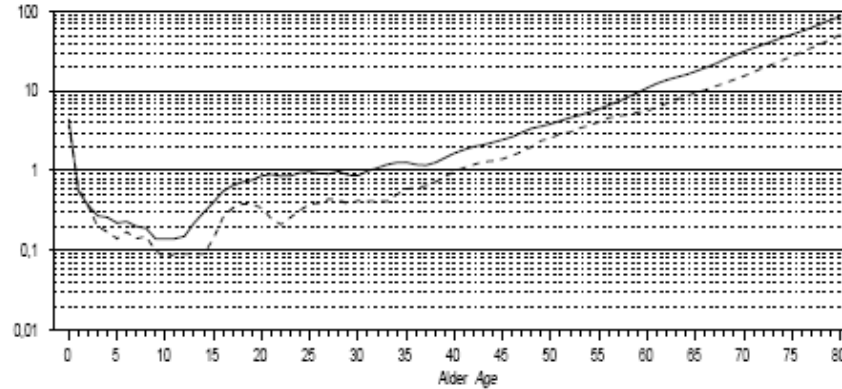


— Männ Males - - - - - Kvinner Females

Aldersavhengige dødsfallrater, 1997
Age-specific death rates, 1997



Døde pr. 1 000
Deaths per 1 000

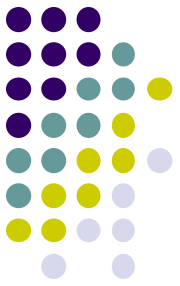


Halvlogaritmisk skala Half logarithmic scale

— Männ Males - - - - - Kvinner Females



Dødssannsynlighet



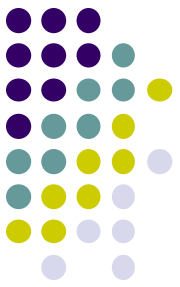
$$q = D / P_0$$

antall dødsfall (D) i en befolkningsgruppe sett i forhold til opprinnelig folketall (P_0)
for denne befolkningen (se Rowland s. 33 tabell 1.2) → relativ frekvens
varierer sterkt med alder

${}_nq_x$: sannsynlighet for å dø mellom eksakt alder x og eksakt alder x+n
sannsynlighet for at en person ikke er i live ved alder x+n, gitt at personen var i live
ved alder x

når n=1: q_x er sannsynlighet for at en person ikke er i live ved alder x+1, gitt at
personen var i live ved alder x

ett-års dødssannsynlighet



Omgjøre dødsrate til dødssannsynlighet

$${}_nq_x = 2 * n * {}_nM_x / (2 + n * {}_nM_x) \quad \text{bevis: Rowland s. 277 (som tar } n=1\text{)}$$

n = antall år i aldersintervallet (som oftest 1 eller 5 år)

For ett-års dødssannsynligheter: $n = 1$ og formelen blir

$$q_x = M_x / (1 + \frac{1}{2} M_x)$$

Denne formelen trenges når innvandring/fruktbarhet påvirker P_0 og kun aggregerte data foreligger

Hvis innvandring/fruktbarhet ikke er aktuelle, eller hvis vi har individdata, kan dødssannsynligheten beregnes direkte som relativ frekvens

Dødssannsynlighet forts.



Eksempel

- 1000 i live på eksakt alder 40
- 3 av disse dør før de fyller 41 år
- direkte (ingen innvandring): $q_{40} = 3/1000 = 3$ promille
- med innvandring (anta 203 netto inn) og kun aggregerte tall :
- antall i live på alder 41 blir $1000 + 203 - 3 = 1200$, slik at

$$M_{40} = 3 / ((1000 + 1200) / 2) = 3 / 1100 = 0,00273 = 2,73 \text{ promille}$$

og

$$q_{40} = M_{40} / (1 + M_{40} / 2) = 0,00273 / (1 + 0,00273 / 2) = 0,00272 = 2,72 \text{ promille}$$

Individdata: sannsynligheten kan beregnes direkte

Aggregerte data: først rate, regn om til sannsynlighet

Dødssannsynlighet forts.



Aldersspesifikke dødssannsynligheter q_x har samme aldersmønster som ratene M_x , men på et lavere nivå, fordi sannsynligheten er lik raten delt på et tall større enn 1

- når $M_x = 0$ (ingen dør) er også $q_x = 0$
- når $M_x = 2$ (alle dør) er $q_x = 2/(1+2/2) = 1$ (for $n = 1$ år)

Dødelighetstabell ("life table")



John Graunt 1662 «Natural and political observations made upon the bills of mortality»

Rowland s. 267

Metode for å oppsummere en rekke aldersavhengige rater/sannsynligheter for et gitt år

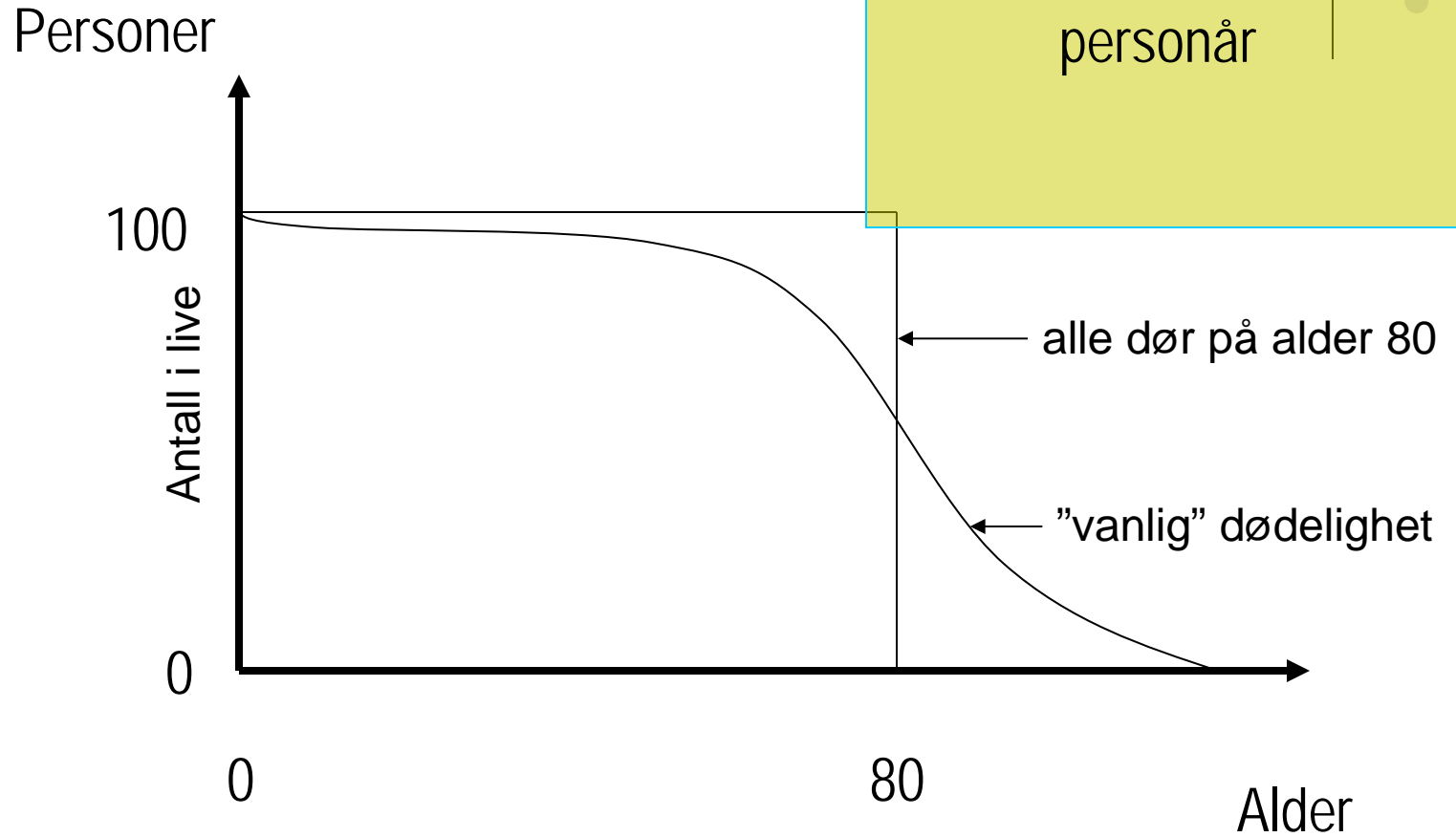
Et hypotetisk kull (eks. 100 eller 100 000 personer) opplever dødelighet over livsløpet i samsvar med de ratene/sannsynlighetene som vi ønsker å analysere

→ simulerer livsløpet til en "tabellbefolkning" ("life table population")

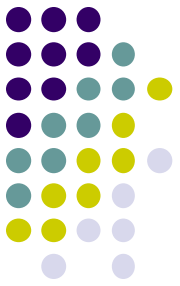
En rekke spørsmål kan besvares ved hjelp av en standard dødelighetstabell

- hvor mange er i live etter 1, 2, 3, ... ω år? (NB ω er høyeste alder) – jfr. Graunt
- hva er forventet levealder ved fødsel og forventet gjenstående levetid på en gitt alder?
- hva er sjansen for å dø mellom to gitte aldre?

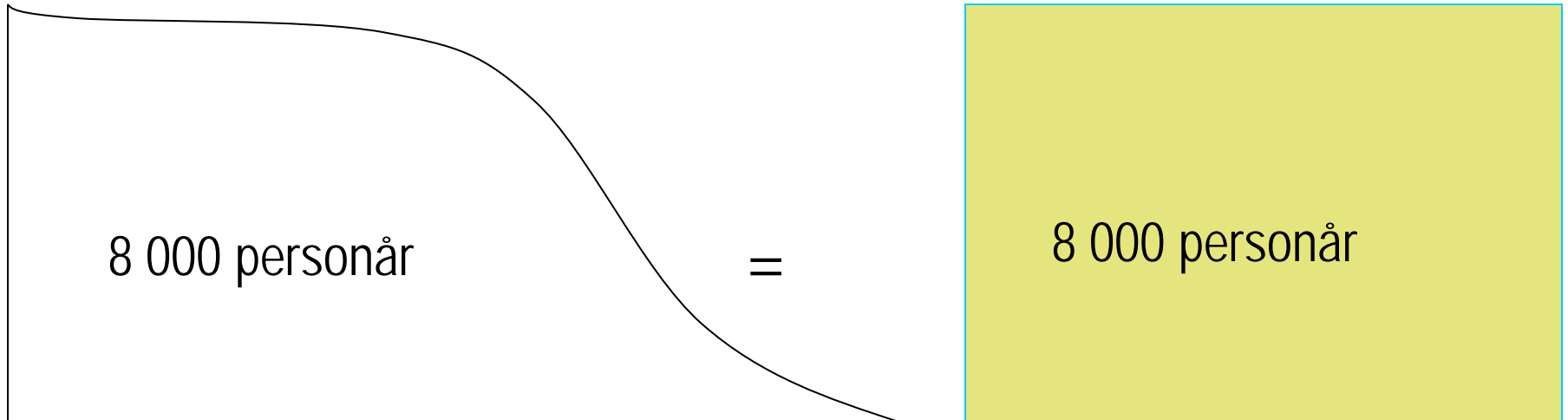
Forventet levealder



Forventet levealder



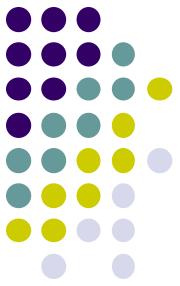
Anta nå at arealet under kurven også her er 8 000 personår



Antall personår = areal under kurven

8 000 personår / 100 personer = 80 år i gj.snitt

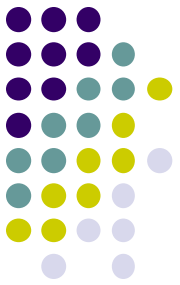
Forventet levealder



"Life expectancy"

Antall år en person kan forvente å være i live under det gjeldende dødelighetsregimet.

Mer spesifikk: ...å være i live gitt en bestemt rekke aldersspesifikke dødsrater (eller dødssannsynligheter) for aldrene 0, 1, 2, ...



Forventet gjenstående levetid

"Remaining life expectancy"

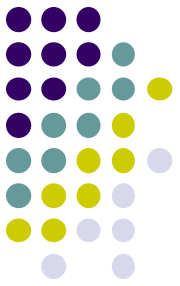
Defineres for en person alder x

Antall år en x -åring kan forvente fortsatt å være i live når han/hun opplever dødelighet i samsvar med en bestemt rekke aldersspesifikke dødsrater (dødssannsynligheter) for aldrene $x, x+1, x+2, \dots$

Skrives som e_x $x = 0, 1, 2, \dots$

Med andre ord: e_0 er lik forventet levealder (ved fødsel)

Viktig



Forventet levealder/gjenstående levetid er et hypotetisk mål for dødelighet når den er basert på dødsrater eller dødssannsynligheter for en bestemt periode

I en tid med fallende dødelighet underestimerer den en persons virkelige levealder:

Nico er 65, født i 1949

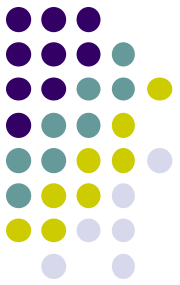
I 1949 var forventet levealder for en nyfødt gutt lik **69,96** år.

Forventning pr. i dag? I dødelighetstabellen for 2013 er e_{65} for menn lik 18,39 år.

Nico kan forvente å bli $65 + 18,39 = \underline{83,39}$ år med dagens dødelighet.

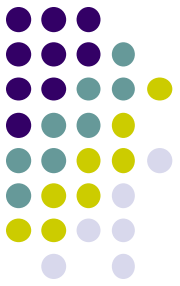
Men vi "vet" at dødelighet kommer til å synke de kommende 20 år.

Dermed kan Nico forvente å bli eldre enn 83,39 år \rightarrow e_{65} lik 18,39 er sannsynligvis en underestimering av den "virkelige" e_{65} (dvs den for fødselskull 1949).



Mao forskjell mellom forventet (gjenstående) levealder basert på
periode data (→ syntetisk, fiktiv levealder) eller kohort data (→ virkelig levealder)

To/fire typer dødelighetstabeller



For ulike aldersgrupperinger

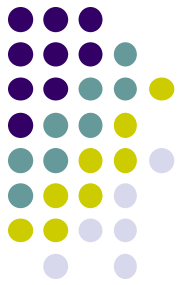
- komplett dødelighetstabell (1-års aldersgrupper)
- forkortet dødelighetstabell (0, 1-4, 5-9..., 95-99, 100+)
(*abridged life table*)

For kohorter eller perioder

- kohort
overlevelshistorien for faktiske kohorter (fødselskull) – flere år
- periode
syntetisk/hypotetisk kohort – ett år eller en begrenset periode

Dødelighetstabeller, 2008

sannsynligheter som gjelder år 2008



Alder x	Levende ved alder x			Døde i alder x til x+1			Forventet gjenstående levetid ved alder x			Dødssannsynlighet for alder x, Promille		
	l _x		Begge kjønn ²	d _x		Begge kjønn ²	e _x		q _x		Kvinne r	
	Menn	Kvinner		Menn	Kvinner		Menn	Kvinner	Menn	Kvinner		
startpunkt, radix	100 000	100 000	100 000	273	330	214	80,67	78,31	82,95	2,73	3,30	2,14
1	99 727	99 670	99 786	25	29	21	79,89	77,57	82,13	0,25	0,30	0,21
2	99 702	99 641	99 766	27	33	21	78,91	76,59	81,14	0,27	0,33	0,21
3	99 675	99 608	99 745	8	10	7	77,93	75,62	80,16	0,09	0,10	0,07
4	99 666	99 598	99 738	7	3	10	76,94	74,62	79,17	0,07	0,03	0,10
5	99 659	99 595	99 728	12	13	10	75,94	73,63	78,17	0,12	0,13	0,11
6	99 647	99 581	99 717	9	10	7	74,95	72,64	77,18	0,09	0,10	0,07
7	99 639	99 571	99 710	12	16	7	73,96	71,64	76,19	0,12	0,16	0,07
8	99 627	99 555	99 703	8	9	7	72,97	70,66	75,19	0,08	0,10	0,07
9	99 619	99 546	99 697	8	3	13	71,97	69,66	74,20	0,08	0,03	0,13
10	99 611	99 543	99 683	6	6	7	70,98	68,66	73,21	0,06	0,06	0,07
11	99 605	99 536	99 677	6	9	3	69,98	67,67	72,21	0,06	0,09	0,03
12	99 598	99 527	99 673	11	9	13	68,99	66,67	71,21	0,11	0,09	0,13
13	99 587	99 518	99 661	8	6	10	68,00	65,68	70,22	0,08	0,06	0,10
14	99 579	99 512	99 651	17	22	13	67,00	64,69	69,23	0,17	0,22	0,13
15	99 562	99 490	99 638	20	25	16	66,01	63,70	68,24	0,21	0,25	0,16
16	99 542	99 466	99 622	16	21	10	65,03	62,71	67,25	0,16	0,21	0,10
17	99 526	99 445	99 612	39	51	25	64,04	61,73	66,26	0,39	0,51	0,26
18	99 487	99 394	99 587	53	73	32	63,06	60,76	65,27	0,53	0,73	0,32
19	99 434	99 320	99 554	53	75	30	62,09	59,80	64,29	0,53	0,75	0,30
20	99 381	99 246	99 525	68	117	17	61,13	58,85	63,31	0,68	1,18	0,17
21	99 314	99 129	99 508	38	60	14	60,17	57,92	62,32	0,38	0,61	0,14
22	99 276	99 069	99 494	66	88	43	59,19	56,95	61,33	0,66	0,88	0,43
23	99 210	98 981	99 451	57	78	36	58,23	56,00	60,36	0,58	0,79	0,36

Dødelighetstabeller, 2008



Alder x	Levende ved alder x		Døde i alder x til x+1		Forventet gjenstående levetid ved alder x			Dødssannsynlighet for alder x, Promille				
	l _x		d _x		e _x			q _x				
	Begge kjønn	Menn Kvinner	Begge kjønn	Menn Kvinner	Begge kjønn	Menn Kvinner	Begge kjønn	Begge kjønn	Menn Kvinner			
82	55 923	47 685	63 897	3 630	4 096	3 255	7,53	6,46	8,19	64,91	85,90	50,94
83	52 293	43 588	60 642	3 785	3 872	3 758	7,02	6,02	7,60	72,39	88,84	61,98
84	48 507	39 716	56 884	4 066	4 121	4 091	6,53	5,55	7,07	83,82	103,77	71,93
85	44 441	35 595	52 793	3 937	4 032	3 954	6,08	5,14	6,58	88,59	113,27	74,89
86	40 505	31 563	48 839	4 330	4 282	4 503	5,62	4,73	6,07	106,90	135,68	92,19
87	36 175	27 281	44 336	4 147	4 122	4 307	5,23	4,40	5,64	114,63	151,08	97,14
88	32 028	23 159	40 029	4 219	3 763	4 703	4,84	4,09	5,19	131,71	162,48	117,48
89	27 809	19 396	35 327	3 654	3 281	4 052	4,50	3,79	4,81	131,38	169,15	114,70
90	24 156	16 115	31 274	3 807	2 982	4 585	4,11	3,46	4,37	157,58	185,03	146,60
91	20 349	13 133	26 690	3 796	3 141	4 452	3,78	3,13	4,04	186,53	239,18	166,80
92	16 554	9 992	22 238	3 279	2 471	4 048	3,54	2,95	3,75	198,08	247,29	182,02
93	13 275	7 521	18 190	2 772	1 914	3 534	3,29	2,76	3,47	208,80	254,48	194,27
94	10 503	5 607	14 656	2 493	1 703	3 168	3,02	2,53	3,18	237,35	303,74	216,16
95	8 010	3 904	11 488	2 038	1 212	2 740	2,81	2,42	2,92	254,45	310,38	238,51
96	5 972	2 692	8 748	1 713	895	2 398	2,59	2,28	2,68	286,86	332,55	274,09
97	4 259	1 797	6 350	1 205	544	1 766	2,44	2,16	2,51	282,89	302,93	278,10
98	3 054	1 253	4 584	1 075	503	1 557	2,20	1,89	2,28	351,92	401,45	339,65
99	1 979	750	3 027	645	300	938	2,12	1,81	2,19	325,71	399,89	309,85
100	1 335	450	2 089	521	167	824	1,91	1,69	1,95	390,21	371,29	394,19
101	814	283	1 266	353	176	495	1,81	1,39	1,90	434,19	623,85	391,04
102	460	106	771	153	49	242	1,81	1,88	1,79	333,15	463,25	313,72
103	307	57	529	111	0	219	1,47	2,06	1,38	361,37	0,00	414,19
104	196	57	310	95	25	153	1,02	1,06	1,01	483,60	435,28	493,81
105	101	32	157	48	10	79	0,50	0,50	0,50	475,42	304,86	506,33

60,6% sjanse for å bli 83

40,0% sjanse for å bli 88

For en 90-åring er sjansen for å bli 100 lik $2089/31274 = 6,7\%$

Input i dødelighetstabellen



Dødsratene etter alder ${}_nM_x = {}_nD_x / {}_nMFM_x$

ett kalenderår, n aldersår

${}_nM_x$: aldersspesifikk dødsrate mellom alder x og $x+n$

${}_nD_x$: (*observert*) antall døde mellom alder x og $x+n$

${}_nMFM_x$: (*observert*) middelfolkemengde mellom alder x og $x+n$

Eventuelt aldersspesifikke dødssannsynligheter ${}_nq_x$

radix (l_0): antar som regel 100 000 nyfødte

Funksjoner i dødelighetstabellen



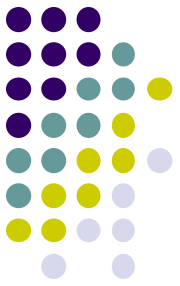
To typer

- funksjoner for eksakt alder x : l_x , T_x , og e_x
- funksjoner for et aldersintervall: ${}_nM_x$, ${}_nq_x$, ${}_nd_x$, og ${}_nL_x$

hver av disse får en egen kolonne i tabellen

når aldersintervallet er 1 år ($n=1$), kan fotskriften n fjernes fra uttrykk som ${}_nM_x$ (blir M_x)
og ${}_nq_x$ (blir q_x) etc.

Dødelighetsstabelfunksjon: ${}_nq_x$



${}_nq_x$: sannsynlighet for å dø mellom eksakt alder x og eksakt alder $x+n$

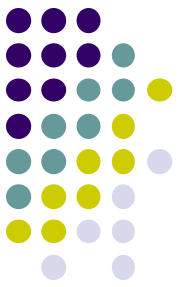
$${}_nq_x = 2 * n * {}_nM_x / (2 + n * {}_nM_x)$$

eller, når $n = 1$, $q_x = M_x / (1 + \frac{1}{2} M_x)$

Gitt ${}_nM_x$, beregnes ${}_nq_x$ på denne måten (alle aldre x , bort sett fra den høyeste, jfr. senere)

Hvis dødssannsynlighetene er gitt (jfr. SSB), kan de brukes direkte som input – omregningsformelen trenges ikke

Dødelighetstabelfunksjon: ${}_n d_x$ og l_x



${}_n d_x$: antall døde mellom eksakt alder x og $x+n$ i tabellbefolkningen (ikke observert!)

$${}_n d_x = l_x \cdot {}_n q_x$$

l_x : antall overlevende i tabellbefolkningen på eksakt alder x

$$l_x = l_{x-n} - {}_n d_{x-n}$$

Overlevelseskurve, antall overlevende på hver alder (l_x) i en hypotetisk kohort med et utgangspunkt i 100 000 nyfødte personer

Dødelighetstabelfunksjon : ${}_nL_x$



${}_nL_x$: antall personår levd mellom eksakt alder x og $x+n$

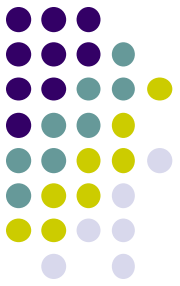
$${}_nL_x = (n/2) \cdot (l_x + l_{x+n}) \text{ husk å gange med intervallbredde } n!$$

gir dårlig tilnærming for L_0 og L_1 når dødeligheten for spedbarn er høy (se Rowland s. 280-281 for en mer presis beregningsmåte)

Siste aldersklasse åpen. To beregningsmåter:

- $L_{100+} = l_{100} / M_{100+}$ (Rowland) *eller*
- sett inn ${}_nq_{100+} = 1$ og beregn ${}_nL_{100+} = (n/2) \cdot l_{100}$

Personår



enheden i L_x (og T_x ; jfr. senere) i dødelighetstabellen; trenges for å beregne e_x (forventet gjenstående levetid for en x-åring)

1 personår = 1 person som lever 1 år, 10 personer som lever 0,1 år, 4 personer som lever 3 måneder etc.

hvis en person dør i midten av året (1. juli), så bidrar avdøde med $\frac{1}{2}$ personår



Dødelighetsstabelfunksjon : ${}_nT_x$ og e_x

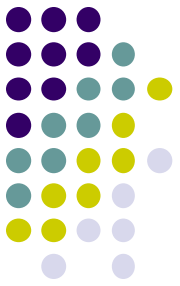
T_x : samlet antall personår levd fra og med eksakt alder x

$$T_x = \text{sum for alle aldre } (x, x+n, x+2n, \dots) \text{ av } {}_nL_x$$

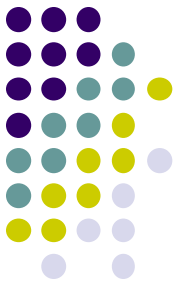
e_x : forventet gjenstående levetid ved eksakt alder x

$$e_x = T_x / l_x$$

Rekkefølgen i beregningen



1. Kolonne (dvs alle andre) for ${}_nM_x$ – input
2. Kolonne for ${}_nq_x$ – omregningsformelen
3. Kolonne for I_x (start med $I_0 = 100\ 000$),
4. Kolonne for ${}_nd_x$, beregnes samtidig med I_x
5. Kolonne for ${}_nL_x$
6. Kolonne for T_x
7. Kolonne for e_x

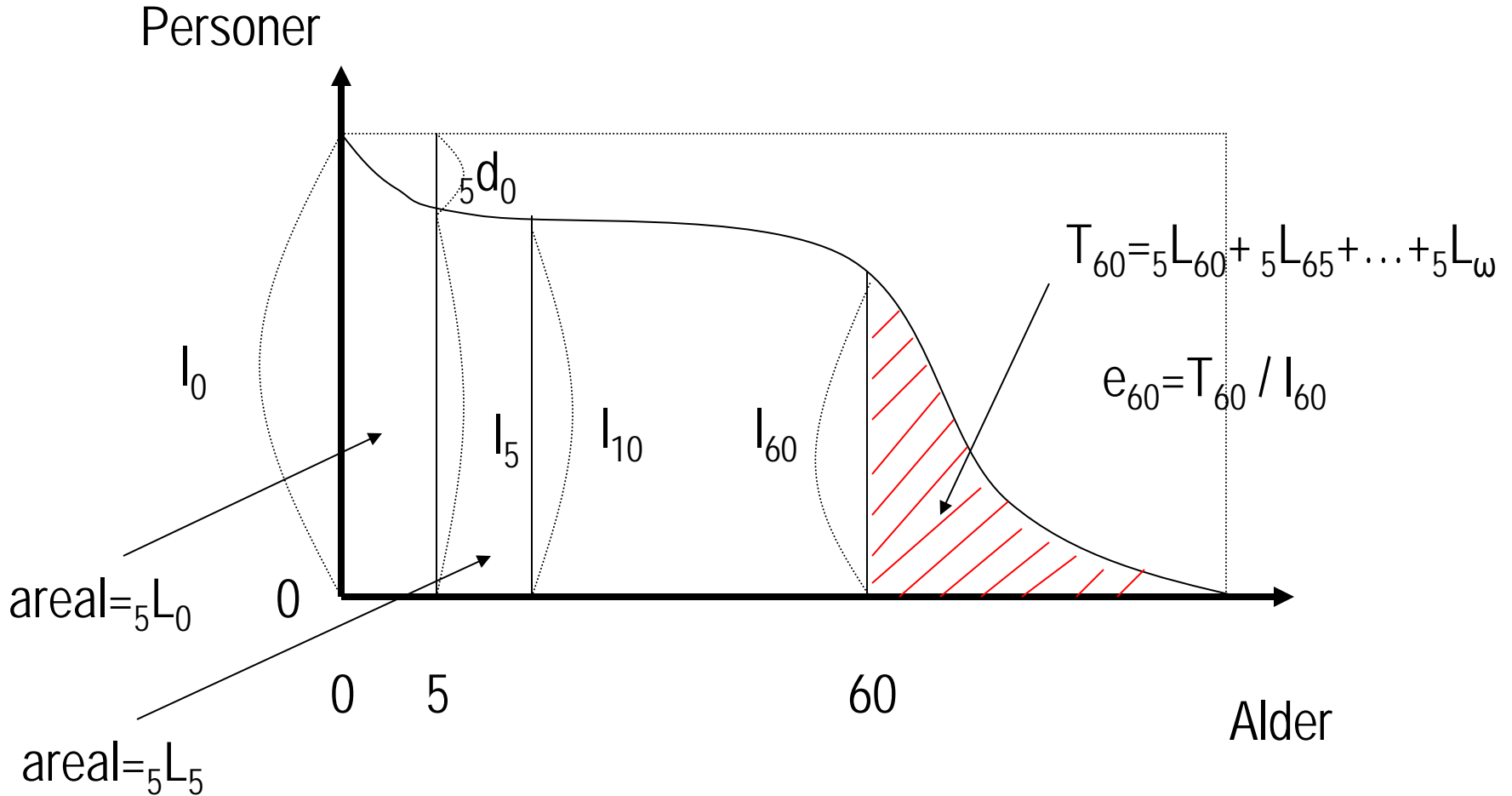
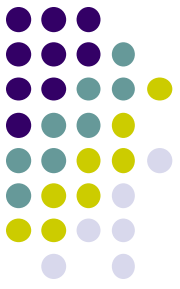


Eksempel: forkortet dødelighetstabell for norske kvinner 2007

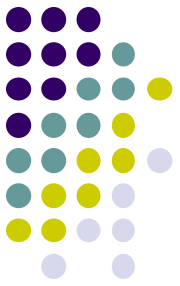
se emnesiden

Oppsummering av noen av funksjonene i dødelighetstabellen

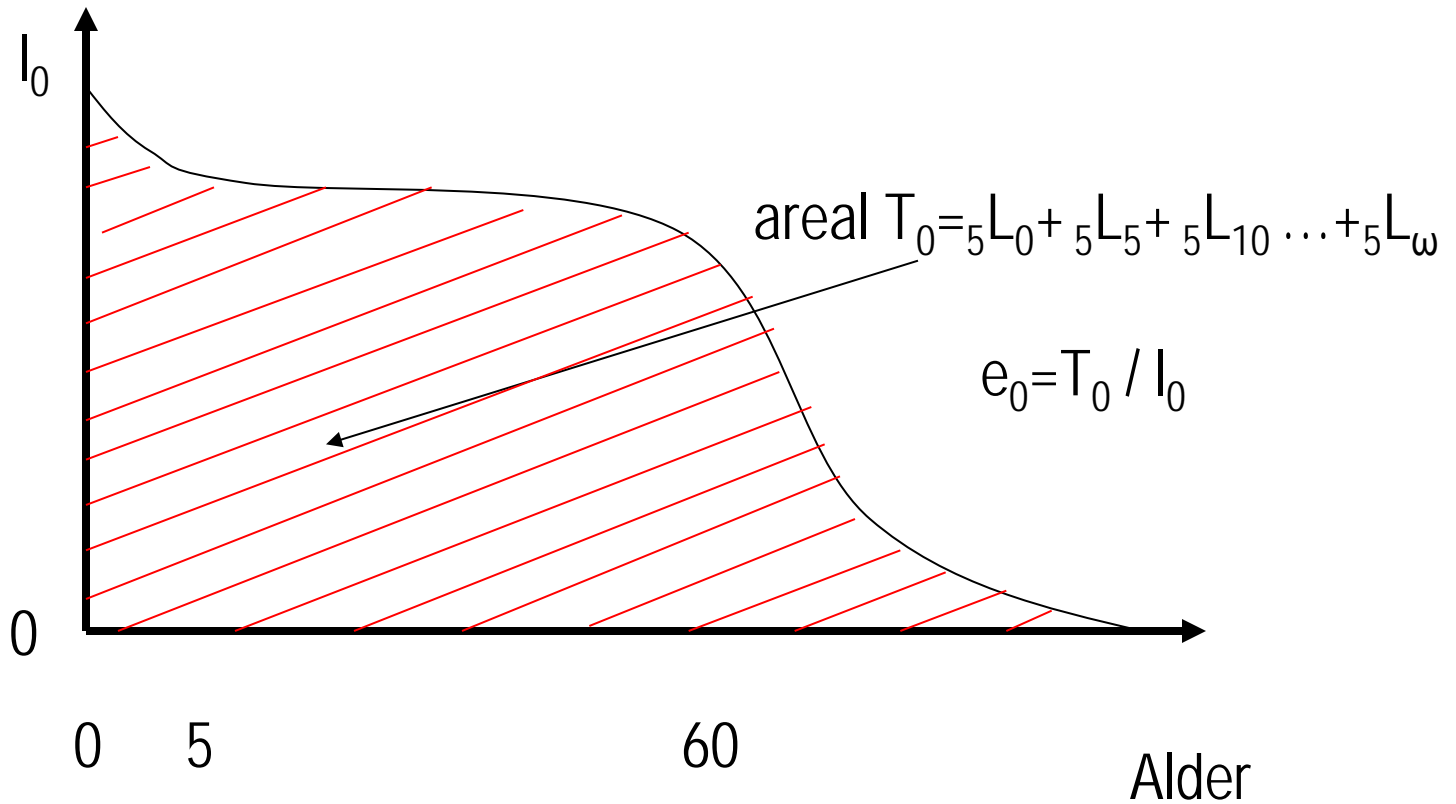
(NB forkortet tabell, 5-års aldersgrupper)



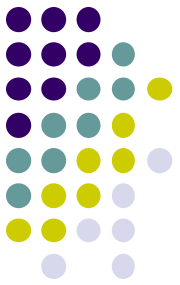
... og mer spesielt for forventet levealder ved fødsel e_0



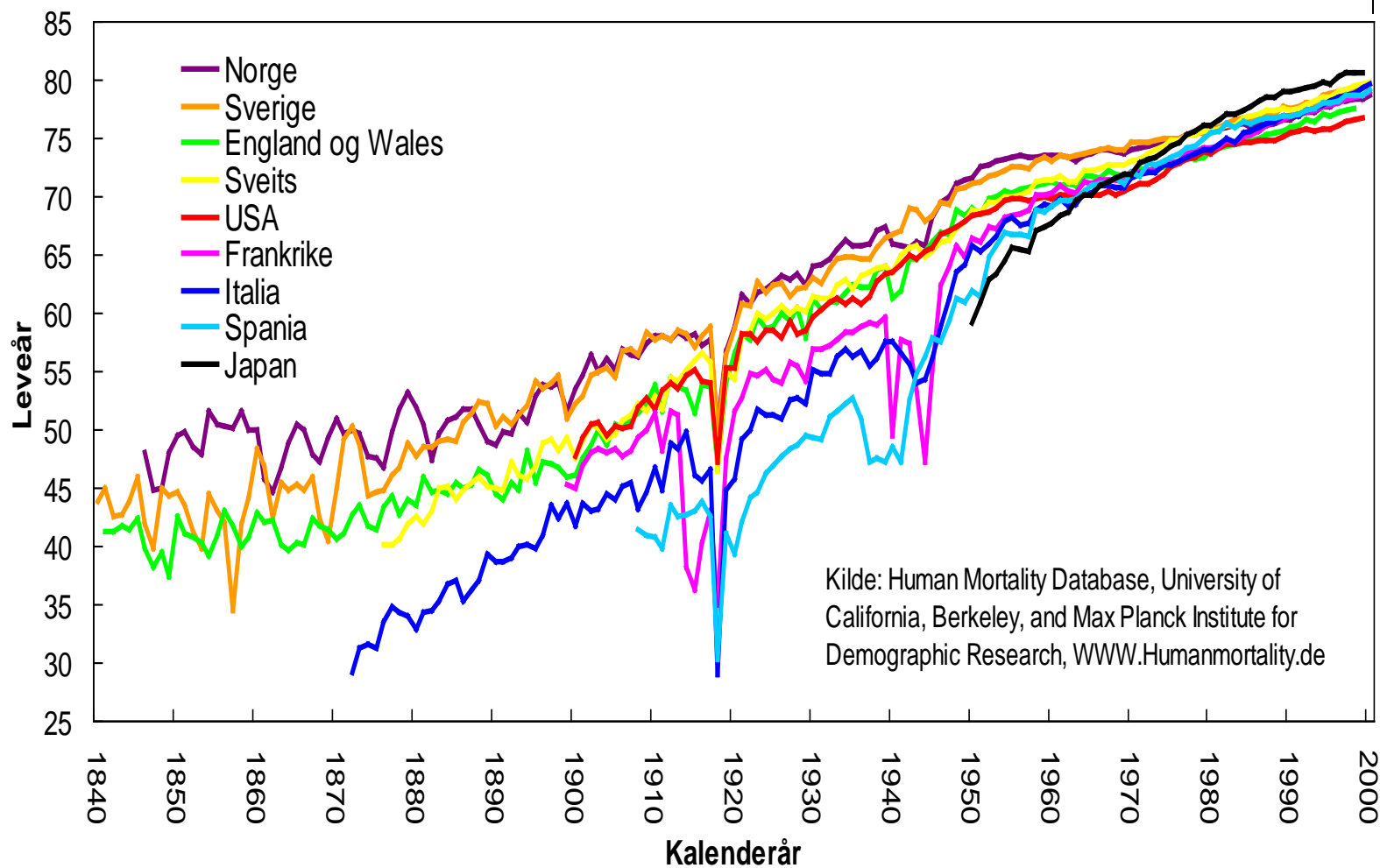
Personer



Litt empiri



e_0 begge kjønn samlet, 1840-2000



”Rektangularisering av l_x -kurven”

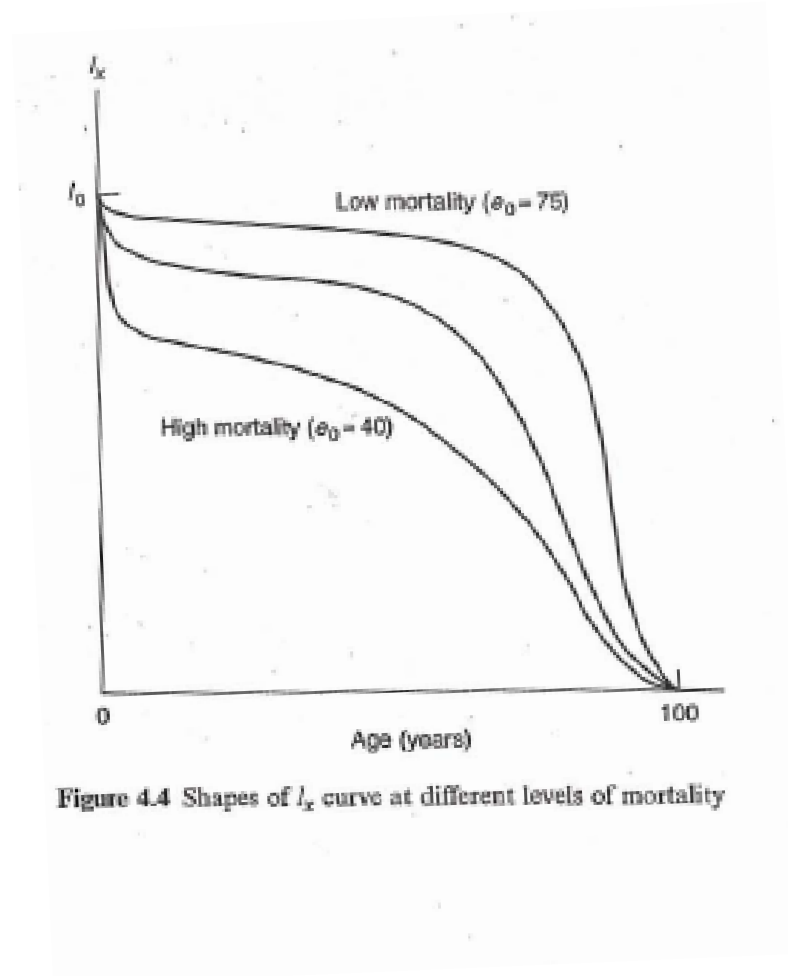
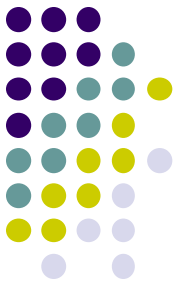
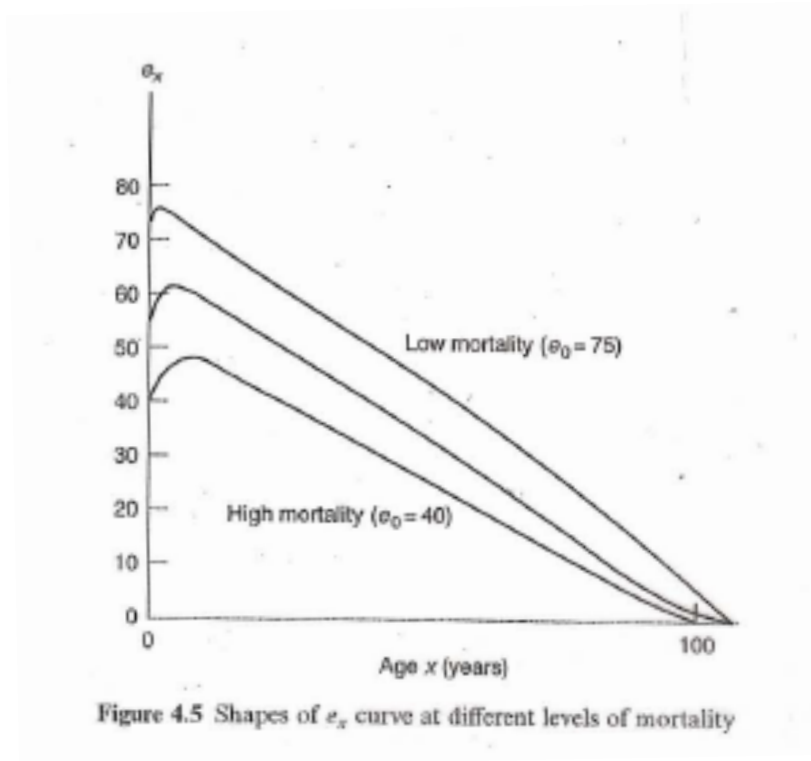
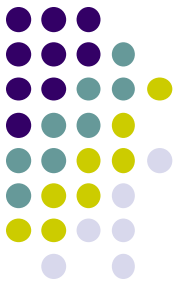
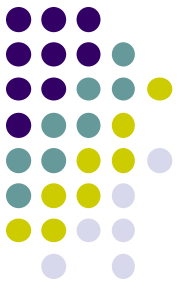


Figure 4.4 Shapes of l_x curve at different levels of mortality

"The paradox of the life table" (Rowland s. 283): $e_0 < e_1$





Verdensrekord i e_0 1850: Norge 47,7 år (M) og 51,1 år (K)
men: 10% feiret ikke første bursdag, 20% ble ikke 10 år!

Verdensrekord i e_0 2011: kvinner Japan 85,9 år, menn Island (80,0)

Norge 2012: 79,4 (M) 83,4 år (K)

over 99,5% av nyfødte kan forvente å feire 10-årsdagen: $I_{10} = 99678$

skyldes for en stor del nedgang i dødelighet av epidemiske barnesykdommer som difteri, skarlagensfeber, meslinger og kikhoste

Eldredødelighet har ikke endret seg like mye 1850-2010

e_{60} : økning på 7,6 år til 22,0 år (M) og 9,7 år til 25,3 år (K)

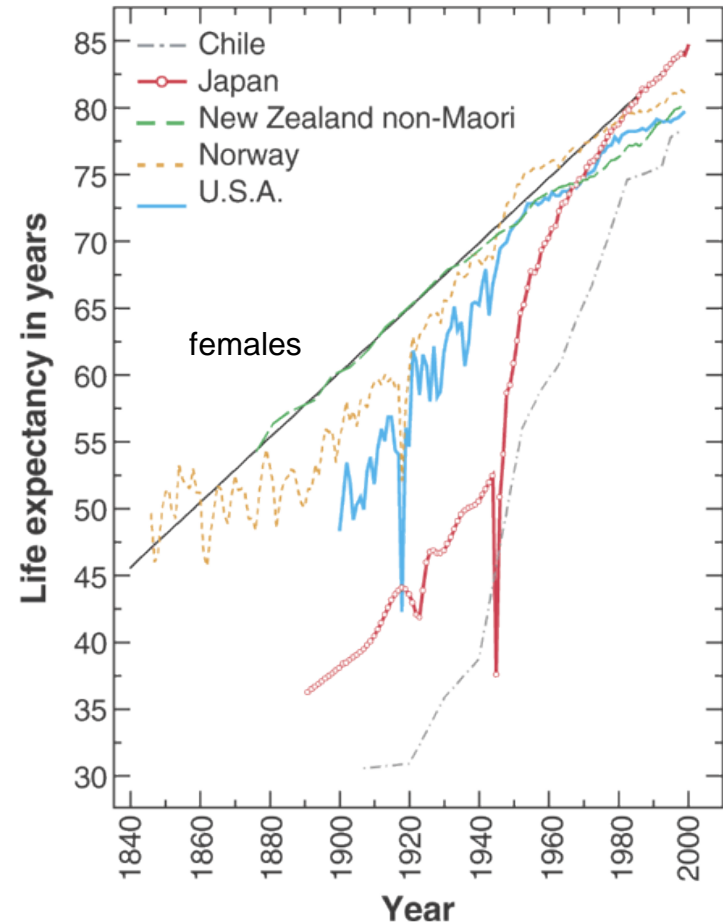
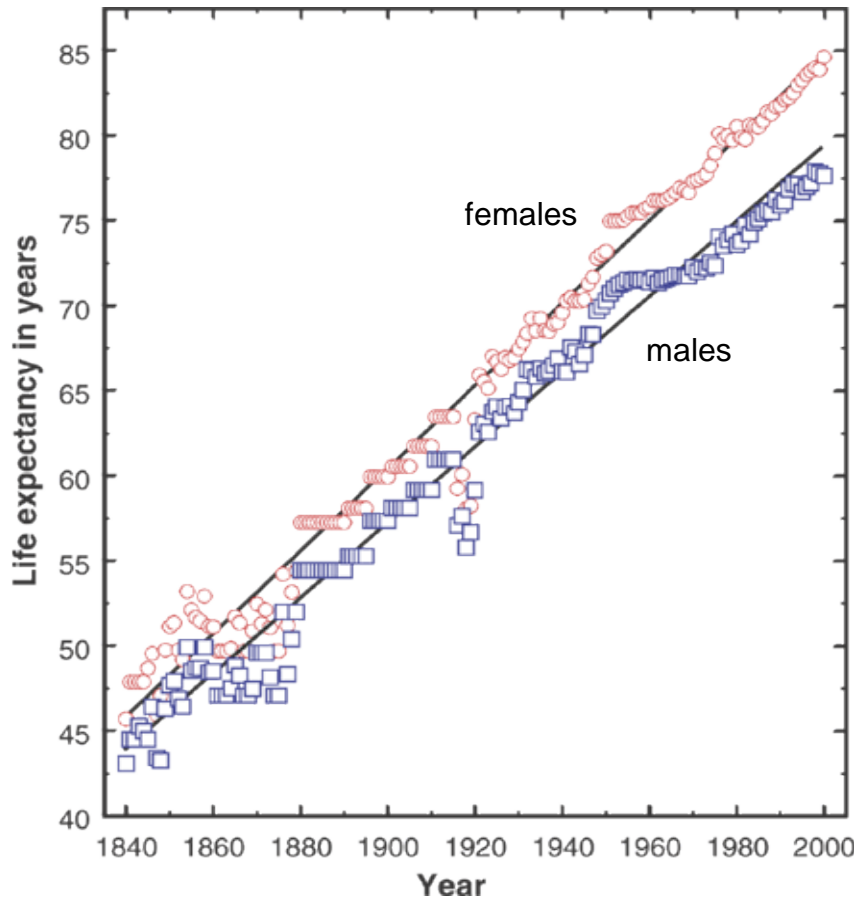
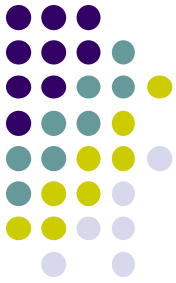
e_{80} : økning på 2,5 år til 7,8 år (M) og 4,1 år til 9,6 år (K)

skyldes spesielt nedgang i kreft og hjerte- og kardødelighet

Men relativt rask nedgang i i-land etter 1950 (Kannisto, Lauritsen, Thatcher, Vaupel 1994, *Population and Development Review*)

Rekordlevealder

har økt omtrent lineært i 160 år (~3 måneder per år / ~2,5 år per tiår)



Kilde: Oeppen og Vaupel (2002) *Science*