Informasjon om oppgavesettet

Hver oppgave består av flere deloppgaver. Noen av deloppgavene bygger på hverandre. Hvis du ikke får løst en deloppgave, men trenger informasjon derfra for å komme videre, kan du gjøre en antakelse om den informasjonen du mangler og eksplisitt bruke denne antakelsen ved behov.

Oppgave 1: Aksjer (40 %)

Hver deloppgave har lik vekt.

a)

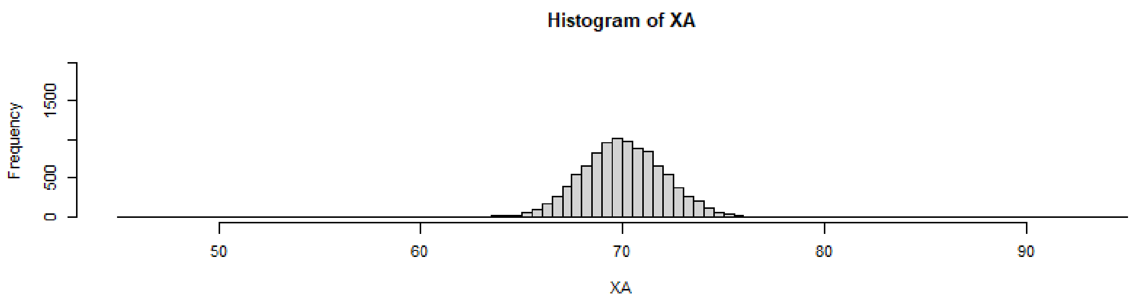
Det finnes en aksjeportefølje W. Verdien av W om tre måneder er gitt ved X_W, som følger en normalfordeling med forventning 100 og varians 2, $X_W \sim N(100{,}2)$. Hva er sannsynligheten for at verdien av W er over 104 om tre måneder?

b)

X_A og X_B er to stokastiske variabler som beskriver verdien av aksjene A og B på et gitt framtidig tidspunkt. Du får beskjed om at $E(X_A) = E(X_B)$ og at $Var(X_A) = \frac{1}{4}Var(X_B)$. Forklart kort hva disse to opplysningene betyr. (Du trenger ikke ta stilling til hvilken aksje du ville valgt.)

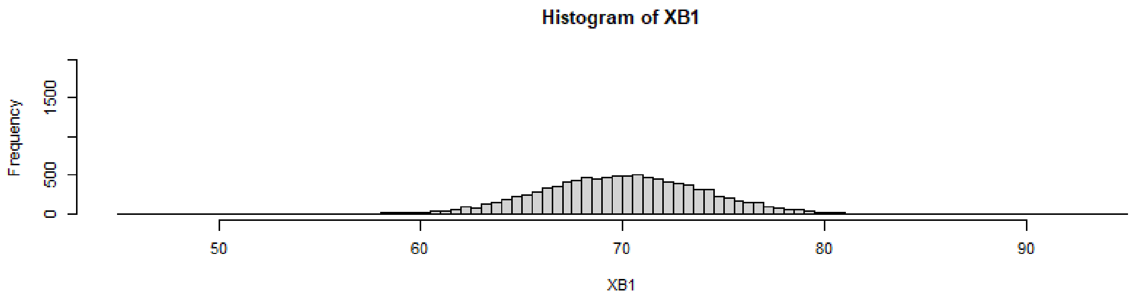
c)

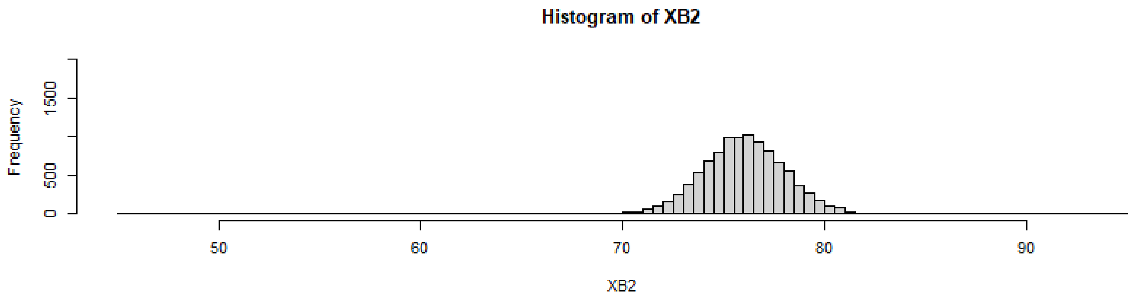
I histogrammet nedenfor ser du fordelingen av simulerte verdier for X_A. Gi en kortfattet beskrivelse av hva du ser.

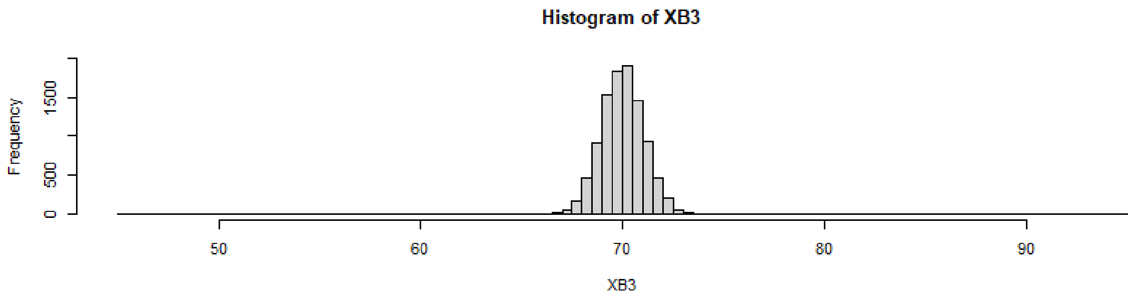


d)

Du får nå flere ulike histogrammer. Ett av dem representerer simulerte verdier for X_B. Forklar hvilket det må være. Svaret må begrunnes for å gi uttelling.







e)

Det finnes en tredje aksje kalt C. Mye tyder på at aksjeselskapet denne aksjen gir en eierandel i kan gå konkurs innen de neste tre månedene, og i så fall vil ikke aksjen være noe verdt. De beste anslagene tyder på at det er omtrent 30% sannsynlighet for dette. Men hvis selskapet overlever vil verdien om tre måneder følge en normalfordeling med forventning 10 og varians 2. Du vurderer om du skal kjøpe aksjen. Beskriv hvordan du ville gått fram i R for å simulere den tilnærmede sannsynligheten for at verdien om tre måneder er over 9. Forklar stegene du ville gjennomført.

Hvis ikke du kommer helt i mål vil det gi noe uttelling å svare på hvordan du kunne simulert dette hvis du kunne vært sikker på at selskapet overlevde.

f)

Den stokastiske variabelen som beskriver verdien av aksje C om tre måneder kalles X_C. Finn den teoretiske $P(X_C > 9)$. Det kan være nyttig å starte med $P(X_C > 9|Ikke\ konkurs)$.

Oppgave 2: Testresultater (35%)

Hver deloppgave har lik vekt.

I denne oppgaven skal vi se på hvordan skoleelever gjør det på en gitt test. Vi har informasjon fra én skoleklasse på 27 elever.

a)

Nedenfor følger en utskrift som beskriver våre elevers resultater på testen. Forklar hva vi lærer.

```
> summary(testscores)
   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max. 
  33.94   62.64   67.65   67.65   74.00   86.20 
> var(testscores)
[1] 109.1538
```

b)

I det videre kan du anta at elevers testresultater på en gitt skole et gitt år følger en normalfordeling med ukjent forventning og varians. Du kan anta at våre elever er trukket fra denne fordelingen. Konstruer et 99% konfidensintervall for forventet testresultat på skolen.

c)

Kan du forkaste en nullhypotese om at forventningen er 70 eller over på 5% signifikansnivå?

d)

Rektor ønsker å sammenligne seg med fjoråret. Under følger informasjon om 28 elevers resultat på samme test året før. Også disse elevene er trukket fra en normalfordeling med ukjent forventning og varians, men din vurdering er at variansen er den samme uavhengig av hvilket år du ser på. Sett opp hypoteser for å teste om testresultatene de to årene har signifikant ulik forventning. Gjennomfør testen og konkluder.

```
> summary(testscoreslast)
   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max. 
  55.74   65.90   71.30   70.97   75.50   85.48 
> var(testscoreslast)
[1] 62.48596
```

Oppgave 3: Kvinner og realfag (25%)

Hver deloppgave har lik vekt.

I mange land velger kvinner i mindre grad enn menn å studere realfag. Et tenkt land har 60% kvinner i den totale studentmassen, men bare 20% kvinner blant realfagstudenter. Av studentmassen er det det 30% som studerer realfag.

a)

Vi trekker en tilfeldig student. Vi definerer hendelsen «kvinne» som at studenten vi trekker er kvinne, og hendelsen «realfag» som at studenten er realfagsstudent. Finn sannsynlighetene P(«kvinne» | «realfag»), P(«kvinne» ∪ «realfag»), P(«kvinne» ∩ «realfag») og P(«realfag» | «kvinne»).

b)

Vis at hendelsen «kvinne» og hendelsen «realfag» ikke er uavhengige.

c)

Vi trekker et utvalg på 10 personer. Hva er sannsynligheten for at minst fire personer studerer realfag? Forklar stegene i svaret ditt.

Du kan selv velge framgangsmåte. Noen alternativer kan være å angi R-koden du ville brukt, eller å regne ut sannsynligheten ved hjelp av tabell. Alle framgangsmåter som ville gitt riktig svar gir uttelling, og ingen framgangsmåter er bedre enn andre.

d)

Vi trekker et utvalg på 100 personer. Hva er sannsynligheten for at minst fire personer i utvalget er kvinner som studerer realfag? Forklar framgangsmåten din.