

ECON2130: EKSAMEN 2011 VÅR - UTSATT PRØVE 2

(Utsatt prøve 1 ligger på nettet)

Oppgave 1

Da Anne var på besøk i Roma, fikk hun raskt problemer med språket. Anne snakker engelsk, men ikke italiensk, og kun 1 av 5 italienere behersker engelsk. Likevel, på tur i sentrum av byen er det noe lettere å treffe noen som snakker engelsk, da 1 av 4 personer som befinner seg i Roma sentrum er utenlandske turister. Og blant de utenlandske turistene er det hele 1 av 2 som behersker engelsk.

Merk at vi for enkelthets skyld antar at alle som befinner seg i Roma sentrum enten er italienere eller utenlandske turister.

- A.** For en vilkårlig person trukket fra Roma sentrum, definer begivenhetene, E = “personen snakker engelsk”, I = “personen er italiener” og T = “personen er utenlandsk turist”.
- (i) Forklar ved Venn-diagram eller på annen måte at $E = (E \cap I) \cup (E \cap T)$.
 - (ii) Finn sannsynlighetene, $P(E|I)$ og $P(E \cap I)$.
- B.** Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig person som Anne treffer snakker engelsk?
- C.** (i) Hva er sannsynligheten for at vedkommende er italiener, gitt at hun/han snakker engelsk?
(ii) Hva er sannsynligheten for at vedkommende er italiener, gitt at hun/han *ikke* snakker engelsk?
- D.** (i) I en gate treffer Anne på 4 personer. La den stokastiske variabelen X være antall utenlandske turister blant disse 4. Drøft kort i hvilken grad vi kan anta at X er binomisk fordelt. Anta i resten av oppgaven at dette er tilfellet.
(ii) Beregn sannsynligheten for at det er to eller flere utenlandske turister blant de fire som Anne møter i denne gaten.
(iii) Anne ønsker å finne en som kan engelsk. Hva er det forventete antall personer Anne må stoppe før hun finner en som kan snakke engelsk?

Oppgave 2

En 44-åring har deltatt i et mosjonsløp de siste sju årene – en gang hvert år. Alder og anvendt tid er oppgitt i tabell 1. Tidene er uttrykt som avrundete desimaltall (41 min. og 20 sek. skrives altså som 41.3).

Tabell 1

Alder x	38	39	40	41	42	43	44
Anvendt tid y	41.2	41.3	41.3	42.6	43.5	43.1	44.8

Vi antar dataene kan beskrives ved en regresjonsmodell, $Y_i = \alpha + \beta x_i + e_i$, $i = 1, 2, \dots, 7$, der restleddene, e_1, e_2, \dots, e_7 er uavhengige og normalfordelte med forventning 0 og samme ukjente standardavvik, σ .

For å lette regningen oppgis følgende: Gjennomsnitt: $\bar{x} = 41$, $\bar{y} = 42.5$ og dessuten

$$6s_x^2 = \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 = 28, \quad 6s_y^2 = \sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2 = 11.23 \quad \text{og} \quad 6s_{xy} = \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 16.6.$$

- A.** (i) Skisser et spredningsplott av y med hensyn på x basert på tabell 1. (Du behøver ikke å være veldig nøyaktig her. Angi skalaene på x - og y -aksen omtrentlig på øyemål. Likeledes merk av de 7 observasjonspunktene i diagrammet omtrentlig på øyemål.)
- (ii) Gi en tolkning av regresjonskoeffisienten β .
- B.** (i) Beregn minste kvadraters estimater for α og β .
- (ii) Tegn inn den estimerte regresjonslinjen i samme koordinatsystem som i punkt **A(i)**.
- (iii) Estimer også forventet tid brukt i mosjonsløpet neste år når mosjonisten er 45 år.
- C.** Sett opp et 95% konfidensintervall for β og beregn intervallet ut fra de gitte dataene.

Oppgave 3

I en gitt modell er X en observerbar normalfordelt stokastisk variabel med ukjent forventning, μ , og kjent standardavvik, $\sigma = 0.5$. Man er spesielt interessert i en parameter, θ , som er avhengig av μ ved relasjonen, $\theta = 5\mu - 2$.

- A.** (i) Sett opp en forventningsrett estimator for θ basert på X og forklar hvorfor den er forventningsrett.
- (ii) Finn standardfeilen til estimatoren i (i).

B. Vi ønsker å teste nullhypotesen, $H_0 : \theta \leq 10$ mot $H_1 : \theta > 10$ med signifikansnivå 5% basert på estimatoren $\hat{\theta}$ fra punkt **A(i)** (eller eventuelt basert på X , som er ekvivalent).

(i) Sett opp testkriteriet basert på $\hat{\theta}$ (eller, om du vil, basert på X), slik at testen får nivå 0.05.

(ii) Hva er sannsynligheten for feil av type I og for feil av type II hvis den sanne verdien av θ er $\theta = 12$?