Jon Vislie; mars 2014

**Veiledning til oppgave 2: Plenumsøvelser den 26.mars**

Betrakt en husholdning med preferanser over konsum av en vare som bare kan kjøpes i markedet til pris *p*. (La mengden av denne angis ved *c*.) Videre inngår en vare *x* som kan kjøpes i markedet til pris *q*, men som også kan produseres hjemme. Vi lar den delen av *x*-varen som kjøpes eksternt være gitt ved $x_1$, og $x_2$ som den mengden som produseres hjemme. Denne hjemmeproduksjonen er bestemt av den tid ($h$) som brukes av husholdningen, med en produktfunksjon $x_2 = g(h)$. Vi antar $g(0) = 0,\ g'(h) > 0\ og\ g''(h) < 0$. I tillegg til fysisk konsum, inngår også fritid $(f)$ i husholdningens preferanser som vi skriver som: $U(c, x, f)$ der $x = x_1 + x_2$. (Vi antar at denne nyttefunksjonen er voksende i alle argumenter og at den marginale substitusjonsbrøk mellom et hvert par av goder er strengt avtakende.) Lønna per time er $w$. Hvis arbeidstid er $n$, slik at tidsbudsjettet er $f + h + n = T$, med $T$ som tilgjengelig tid for den perioden vi betrakter, vil lønnsinntekt være $wn$ som brukes til å kjøpe $c-$varen og til å skaffe seg $x-$varen eksternt; dvs. vi må ha $pc + qx_1 = wn$.

a) Anta først at arbeidstiden er gitt, samtidig som vi skal tenke oss at hjemmeproduksjon i første omgang ikke er mulig. Hva kjennetegner optimal tilpasning for husholdningen i dette tilfellet? Hva er virkningen av høyere lønn?

**Svar:** Vi antar nå at hjemmeproduksjon ikke er mulig; dvs. $h = 0$, samt at arbeidstiden er gitt lik $\overline{n}$. Dermed følger fritiden som: $f = T - \overline{n} = \overline{f}$ som da også er en gitt størrelse og ikke gjenstand for tilpasning. Hvilke valg har da husholdningen? La lønnsintekt nå være $m = w\overline{n}$ som kan anvendes til kjøp av to varer etter budsjettbetingelsen $pc + qx_1 = m$. Standard konsumenttilpasning: $Max_{(c,x)}\ U(c, x, \overline{f})\ gitt\ pc + qx = m$. Sett inn fra budsjettbetingelsen i nyttefunksjonen og vi velger nå kjøp ute av *x*-varen slik at $U(\frac{m}{p} - \frac{q}{p}x, x, \overline{f})$ maksimeres. (Vi har satt inn for $c$ fra budsjettbetingelsen.) Hvordan bør den gitte inntekten fordeles på kjøp av x-varen og c-varen? Tilpasningsbetingelsen er da (der $U_c := \frac{\partial U}{\partial c}$ osv.):

$$U_c \cdot (-\frac{q}{p}) + U_x = 0 \text{ eller } \frac{U_x}{U_c} = \frac{q}{p}; \text{ dvs. marginal substitusjonsbrøk } (-\frac{dc}{dx})_{U=konst} = \frac{q}{p}.$$

Høyere lønn vil ha samme virkning som om inntekten *m* øker. (Etterspørselen påvirkes via inntektselastisitetene.)

b) Anta at arbeidstiden fremdeles er gitt, men nå er hjemmeproduksjon mulig. Hva kjennetegner optimal tilpasning i dette tilfelle?

**Svar:** Vi opprettholder antakelsen om gitt arbeidstid, men utvider handlingsrommet ved at hjemmeproduksjon er mulig; dvs. en har generelt at $h \geq 0$. Da må vi ha en ytterligere avveining, siden vi nå har to bibetingelser: $pc + qx_1 = w\overline{n} := m$ og tidsbudsjettbetingeslen $f + h = T - \overline{n}$ eller $f = T - \overline{n} - h$. Tiden har konkurrerende anvendelser: hjemmeproduksjon og fritid. I tillegg kan hjemmeproduksjon erstatte kjøp ute (spise hjemme heller enn å gå på restaurant, reparere klær heller enn å kjøpe nye, osv), slik at en større del av den disponible lønnsinntekten kan anvendes til kjøp av $c-$varen.

Nå er tilpasningsproblemet: $Max_{(x_1,h)}\ U(\frac{m}{p} - \frac{q}{p}x_1, x_1 + g(h), T - h - \overline{n})$ med indre løsning kjennetegnet ved to betingelser: $\begin{cases} -U_c(\frac{q}{p}) + U_x = 0 \ for\ optimal\ h \\ U_x \cdot g'(h) - U_f = 0 \ for\ optimal\ x_1 \end{cases}$

Fra den første finner vi: For gitt (optimal tidsbruk hjemme), er avveiningen som før, nemlig mellom kjøp ute av *x*-varen og *c*-varen; dvs. bestemt av $\frac{U_x}{U_c} = \frac{q}{p}$, som før.

Den andre avveiningen er den mellom hvor mye fritid jeg skal velge og hvor mye tid jeg skal bruke på hjemmeproduksjon, gitt (optimalt) kjøp ute av *x*-varen. Tilpasningsbetingelsen er over gitt ved at $U_x \cdot g'(h)$, som vi kan si er samlet marginal nyttevirkning av en ekstra time brukt på hjemmeproduksjon), er lik nyttetapet av en time mindre fritid; $U_f$. I tråd med hva vi vanligvis gjør, sier denne at $\frac{U_x}{U_f} = \frac{1}{g'(h)}$ som viser hvor mye fritid en er villig til å avstå for å få en enhet til av $x-$varen, mens høyre side viser nettopp det antall timer en må jobbe hjemme for å få en enhet til av *x*-varen. Eller motsatt: $\frac{U_f}{U_x} = g'(h)$. Venstre side viser hvor mye mer av $x-$varen en i det minste må ha for å gi opp en time fritid, mens høyre siden viser alternativverdien av fritid i hjemmeproduksjon, gitt ved marginalavkastningen av tid brukt på å frembringe *x*-varen hjemme. (Kan illustreres i et badekardiagram.)

c) Anta at arbeidstiden også kan bestemmes av husholdningen. Hva kjennetegner optimal tilpasning nå? Hva er virkningen på tilpasningen av høyere lønn i dette tilfellet?

**Svar:** Vi må nå ha en ytterligere avveining i og med at arbeidstid også er gjenstand for tilpasning. Nå er problemet:

$$Max_{(n,x_1,h)}\ U(\frac{w}{p}n-\frac{q}{p}x_1, x_1+g(h), T-n-h)=V(n,x_1,h).$$

En indre løsning må nå oppfylle:

$$\begin{cases} V_x=-U_c\cdot\frac{q}{p}+U_x=0\Leftrightarrow \frac{U_x}{U_c}=\frac{q}{p}\ for\ optimal\ n\ og\ h\ (gitt\ inntekt) \\ V_h=U_x\cdot g'(h)-U_f=0\Leftrightarrow \frac{U_x}{U_f}=\frac{1}{g'(h)}\ for\ gitt\ n\ og\ x_1 \\ V_n=U_c\cdot\frac{w}{p}-U_f=0\Leftrightarrow \frac{U_f}{U_c}=\frac{w}{p}\ for\ gitt\ h\ og\ x_1 \end{cases}$$

De to første er som tidligere; den siste bestemmer avveiningen mellom nyttegevinsten av høyere inntekt og nyttetapet av lavere fritid. Ved å jobbe en time til på bekostning av fritid (eller hjemmeproduksjon), vil en få en realinntektsøkning i enheter av c-varen, gitt ved $\frac{w}{p}$. Den tilhørende nyttegevinsten må avstemmes mot nyttetapet av en times mindre fritid. Fra de to første finner vi:

$$\frac{\frac{U_x}{U_c}}{\frac{U_x}{U_f}}=\frac{\frac{q}{p}}{\frac{1}{g'(h)}}\Leftrightarrow\frac{U_f}{U_c}=\frac{qg'(h)}{p}=\frac{w}{p}\ \text{fra den siste nye betingelsen}$$

Den siste: $qg'(h)=w$ eller $q=\frac{w}{g'(h)}$ sier: $\frac{1}{g'}$ forteller hvor mange timer en må bruke i hjemmeproduksjonen for å få en enhet til av $x$-varen. Hver time koster i alternativ anvendelse (arbeid) $w$ kroner. Dette er dermed grensekostnaden i hjemmeproduksjonen som må avstemmes mot hva en enhet av $x$-varen koster i markedet; nemlig $q$ kroner. (Eller $qg'(h)=w$, som sier at verdien (i kroner) av grenseproduktiviteten av tid brukt i hjemmeproduksjon skal være lik lønna i kroner.)

Hvis vi i utgangspunktet har $qg'(0)>w$, vil vi bruke tid hjemme til å produsere noe av det vi konsumerer av $x$-varen. Dette er illustrert i figuren under, der vi har tegnet $qg'(h)$ som en fallende rett linje, med $w_0$ som nominellønn i utgangspunktet. Om lønna nå øker til $w_1>qg'(0)$ eller at $q$ synker så mye at samme ulikhet vil gjelde (markdsprisen på $x$-varen synker), da vil vi kunne ende opp i en sitasjon der vi ikke lenger driver med hjemmeproduksjon (vi kjøper syltetøy heller enn å lage det selv, vi kjøper klær heller enn å lage/reparere selv, vi går ut og spiser heller enn å lage mat hjemme, vi kjøper hjelp til husvask heller enn å vaske huset selv.) Grunnen er at det nå koster for mye å utføre disse oppgavene selv.