

## Plenumsregning 1: Derivasjon.

**Oppgave 1.1** Funksjonen  $f(x)$  er gitt som

$$f(x) = A$$

der  $A$  er en konstant.

(a) For en vilkårlig  $x_0$  og  $h$  hva blir

$$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \quad ?$$

(b) Hva blir den deriverte av  $f$ ?

**Oppgave 1.2** La

$$f(x) = x^2 + 2x$$

(a) Beregn

$$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

når  $x_0 = 1$  og med  $h$  hhv  $\frac{1}{10}, 1$  og  $2$ .

(b) Beregn

$$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

for samme  $x_0 = 1$  men med en generell  $h$ , og finn grensen når  $h \rightarrow 0$ .

(c) Hva blir  $f'(1)$ ?

(d) Bruk fremgangsmåten i (b) til å finne  $f'(x_0)$  for en generell  $x_0$  (altså ikke bare for  $x_0 = 1$ ).

(e) Når er funksjonen voksende og når er den avtagende?

**Oppgave 1.3** En aluminiumsprodusent produserer  $x$  kg aluminium. Produksjonskostnadene til bedriften er en funksjon  $C(x)$  av hvor mye bedriften produserer.

(a) Fortell med ord hva den deriverte  $C'(x)$  uttrykker.

Prisen på aluminium er bestemt på verdensmarkedet og er gitt som  $p$ . Profitten til bedriften er da

$$px - C(x)$$

(b) Finn et uttrykk som forteller når profitten er voksende i produsert mengde.

(c) Prøv å beskrive uttrykket i (b) med ord på en måte som er forståelig også for dem som aldri har hørt om derivasjon.

**Oppgave 1.4** Bruk derivasjonsreglene til å derivere følgende funksjoner

$$f(x) = 2x^2 + 1$$

$$g(x) = x^3 - \frac{1}{x}$$

$$h(x) = x^{-1}(x^2 - 1) = \frac{x^2 - 1}{x}$$

$$k(x) = \frac{x + 3}{x^2 + 1}$$

**Oppgave 1.5** En monopolist produserer en mengde  $x$  av en vare, men må sette prisen slik at han får solgt alt sammen. Prisen er da en funksjon  $p(x)$  av  $x$ .

(a) Hva synest du det er rimelig å anta om fortegnet på  $p'(x)$ ?

Total inntekt for monopolisten blir

$$f(x) = xp(x)$$

(b) Finn  $f'(x)$

(c) Forklar med ord hva  $f'(x)$  uttrykker.