

Plenumsregning 2: Kjernerregelen, annenderiverte og elastisiteter.

Oppgave 2.1 (a)–(d) Bruk kjernerregelen til følgende derivasjoner :

$$(a) y = (3x + 1)^2 \quad (b) y = (1 - x)^3 \quad (c) y = \sqrt{3x^2 + 1} \quad (d) y = \sqrt{-x}, \text{ der } x < 0$$

(e)–(h) Uttrykk g' ved hjelp av f' for følgende funksjoner:

$$(e) g(x) = (f(x))^2 \quad (f) g(x) = f(3x) \quad (g) g(x) = f(x^2 - x) \quad (h) g(x) = f(f(x))$$

Oppgave 2.2 Anta at total kjørelengde med bil reduseres med 0,6 % når bensinprisen øker 10 øre per liter. Anta videre at CO₂-utslippene fra bilkjøring er proporsjonale med total kjørelengde, og at bilkjøring står for 17 % av de nasjonale utslippene. Hvor mange % endres de nasjonale CO₂-utslippene om bensinprisen øker 50 øre per liter?

Oppgave 2.3 En aluminiumsprodusent produserer x kg aluminium. Produksjonskostnadene til bedriften er en funksjon $C(x)$ av hvor mye bedriften produserer.

(a) Prøv å si med ord hva påstanden $C''(x) > 0$ innebærer.

Prisen på aluminium er bestemt på verdensmarkedet og er gitt som p per kg. Profitten til bedriften er da

$$\pi(x) = px - C(x)$$

(b) Finn et uttrykk for $\pi''(x)$

(c) Hvilke forutsetninger om kostnadsfunksjonen $C(x)$ må vi gjøre for at profitten skal være konkav?

Oppgave 2.4

(a) Avgjør om følgende funksjoner er konkave eller konvekse

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 + 1 \\ g(x) &= x^3 + \frac{1}{x} \quad \text{for } x > 0 \\ h(x) &= 3x \end{aligned}$$

(b) For hvilke(t) intervall(er) er følgende funksjon konkav og for hvilke(t) intervall(er) er den konveks?

$$k(x) = x^2 - \frac{1}{x}$$

Oppgave 2.5 Beregn elastisiteten til følgende funksjoner

- (a) $f(x) = \sqrt{x}$ for $x \geq 0$
- (b) $f(x) = 30 - 3x$ for $0 \leq x \leq 10$
- (c) $f(x) = \frac{1}{x}$ for $x \geq 0$
- (d) $f(x) = 3x + 30$ for $x \geq 0$

Oppgave 2.6

- (a) Dersom $f'(x) = 4$ for alle verdier av x , hvor mye øker funksjonsverdien om vi øker x med 100 enheter?

La etterspørselen etter en vare være

$$D(p) = p^{-a} \text{ der } a > 0$$

- (b) Vis at elastisiteten til D er konstant.
- (c) Anta at $a = 1$. Hvor mye faller etterspørselen om prisen øker med 100 %?