Universitetet i Oslo
Økonomisk Institutt
Kjell Arne Brekke, Rom 1032

ECON2200 - Matematikk 1, Våren 2014
Oppgaver til seminaruke 2, Kalenderuke 7

Oppgave 1 (Optimalisering, konveks/konkav)

La $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$

a) Beregn $g'(x)$ og $g''(x)$. Vis at den deriverte kan skrives på formen $g'(x) = (x-1)(x+1)$
b) Undersøk hvor g vokser og avtar. (Hint: Bruk fortegnsdiagram.)
c) Finn stasjonærpunktene til funksjonen.
d) Undersøk hvor g er konveks/konkav.
e) Har funksjonen vendepunkter?
f) Er noen av stasjonærpunktene globale maksimum eller minimumspunkter?
g) Om vi avgrenser definisjonsområdet til $x \geq 0$, vil da noen av stasjonærpunktene være maksimum eller minimumspunkter?

Oppgave 2 (Funksjoner av flere variable)

For hver av funksjonene nedenfor skal du tegne nivåkurvene $f(x, y) = 1$ og $f(x, y) = 4$ regne ut begge de partiellderiverte $f'_x(x, y)$ og $f'_y(x, y)$.

a) $f(x, y) = x + y$
b) $f(x, y) = xy$

Funksjonen $f(x, y) = \min(x, y)$ tar verdien til det minste av de to tallene. Det vil si at dersom $x \geq y$ så er $f(x, y) = \min(x, y) = y$, mens dersom $y \geq x$ så er $f(x, y) = \min(x, y) = x$. (Merk at dere skal ikke derivere denne funksjonen, den er ikke deriverbar overalt.)

c) (Vanskelig!) Tegn nivåkurvene $f(x, y) = 1$ og $f(x, y) = 4$ til funksjonen $f(x, y) = \min(x, y)$.

Oppgave 3 (Elastisitet)

Beregn elastisitetene for følgende funksjoner:

a) $f(x) = \dfrac{A}{\sqrt{x}}$ for $x > 0$,

b) $g(x) = A - bx$ der $A > 0$ og $b > 0$

c) $h(x) = Ax^b$ for $x > 0$, der $A > 0$

Oppgave 4 (Derivasjon og Elastisiteter)

La $f(x) = \dfrac{1}{g(x)}$.

a) Finn $f'(x)$ uttrykt ved $g'(x)$ og $g(x)$
b) Finn $El_x\, f$ uttrykt ved $El_x\, g$ ved å bruke resultatet i a) og definisjonen av en elastisitet
c) Løs oppgave b) ved hjelp av regnereglene for elastisiteter (s.171 i boka, s. 202 i den gamle).

Oppgave 5

Finn de partiellderiverte med hensyn på s og t for følgende funksjoner:

a) $f(t,s) = (s-t)^2 + (s+t)^3$
b) $f(t,s) = \sqrt{s+t}$
c) $f(t,s) = \sqrt{(s-t)^2 + (s+t)^3}$