NÆRINGSSTRUKTUR, INTERNASJONAL HANDEL OG VEKST

av
Jon Vislie og Kåre Bævre
Økonomisk institutt, Universitetet i OSLO
September 2005

1. INNLEDNING

Positiv økonomisk teori søker gjennom ulike mekanismer å forklare hva som kan skje med ressursbruk (i sin alminnelighet) i ulike deler av økonomien om denne utsettes for eksogene eller "ytre sjokk". For eksempel er vi interessert i å kunne klarlegge kortsiktige virkninger på sektor- eller bransjesysselsetting i et land om prisene på varer landet eksporterer skulle øke. Hvilke faktorer virker til å forklare hvorfor sysselsettingen (eller bruk av andre produksjonsfaktorer) er akkurat hva den er i en bestemt næring i et år? Hvorfor brukes akkurat en bestemt mengde arbeidskraft, energi og realkapital i norsk aluminiumssektor? Hvorfor endrer sysselsettingen seg over tid mellom næringer? Fra Norge vet vi at sysselsettingsandelen i primærnæringene (jordbruk, skogbruk, fiske og fangst) har sunket dramatisk fra 1900 og gjennom hele det 20.århundre, mens industriens andel først vokste kraftig for deretter å avta, samtidig som de tjenesteytende næringer har vokst jevnt og trutt, og ganske kraftig i siste halvdel av århundret? Dersom vi grovt deler inn næringsstrukturen i tre hovedgrupper; *primærnæringer* (jordbruk, skogbruk, fiske og fangst), *sekundærnæringer* (industri, bergverk, bygg og anlegg, kraft- og vannforsyning og oljevirksomhet) og *tertiærnæringer* (varehandel, tjenesteyting, samferdsel, finans og forsikring og offentlig forvaltning), vil vi for Norges vedkommende ha en utvikling i sysselsettingens relative fordeling mellom disse næringene fra 1865 til 1990 i tabellen under: (At tallene ikke summerer seg til 100, skyldes at vi også opererer med "uoppgitte næringer".)

	1865	1890	1910	1930	1950	1960	1970	1980	1990
Primær	59,8	49,2	39,0	35,8	25,9	19,5	12,6	8,4	6,3
Sekundær	13,6	21,9	25,0	26,5	36,5	36,5	34,7	29,3	24,0
Tertiær	20,5	27,5	32,3	37,4	37,1	43,6	52,7	62,4	69,6

(Kilde: Statistisk sentralbyrå)

Hva kan forklare slike dramatiske strukturendringer fra slutten av 1800-tallet (tidlig industrialisering og deretter overgang mot det tjenesteytende samfunn)? Hvordan forskyves ressursbruken mellom forskjellige konkurranseutsatte sektorer som følge av økt konkurranse fra utenlandske bedrifter? Hvilken effekt har "globalisering" på lønnsstrukturen i en åpen økonomi? Hvilke grupper vil tape; hvilke grupper vil vinne? Dette er bare et knippe spørsmål som ansees som viktige av økonomer.

For å få innsikt i hvilke faktorer som kan ha bidratt til å forklare slike endringer eller forskyvninger, må vi lage oss en modellramme der nærings- eller bransjestruktur står sentralt. Én slik modellramme kan være en generell likevektsmodell der næringene (bestående av forskjellige produksjonsenheter eller bedrifter, der bedrifter tilhørende en bransje produserer varer med svært like egenskaper) konkurrerer dels om knappe produksjonsressurser og dels om plass på husholdningenes budsjetter. Produksjonsressursene – som vi det etterfølgende skal tenke oss som arbeidskraft og realkapital – kan allokeres eller fordeles mellom ulike anvendelser på forskjellige måter; enten som et resultat av sentraliserte beslutninger (slik vi hadde det i såkalte planøkonomier fram til 1990) eller som et resultat av desentraliserte beslutninger, som markedsmekanismen er et eksempel på. Den norske økonomien er nærmest å oppfatte som en "blandingsøkonomi", der en stor offentlig sektor – hvilket også viser seg i tabellen over gjennom den sterke veksten i tertiærnæringene – opererer ved siden av private aktører på svært mange arenaer. For å gjøre det hele så oversiktelig som mulig, skal vi tenke

oss at både arbeidskraft og realkapital omsettes på vanlige konkurransemarkeder der prisene bestemmes. Vi neglisjerer den rolle organisasjonene spiller i arbeidsmarkedet, og spesielt den rolle de spiller ved forhandlinger om lønn. I det følgende tenker vi oss at lønna bestemmes som en likevektslønn. Dette er spesielt og antakelig for enkelt.
Så vel produksjonsfaktorer som ferdigvarer skal vi tenke oss omsettes på markeder hvor brukerne møtes ”for å konkurrere om knappe ressurser”. På denne måten vil ”rene” markedsparametere som priser og inntekter være med å bestemme hva som blir produsert og konsumert, noe som på sin side igjen bestemmer hvordan knappe produksjonsressurser blir anvendt og fordelt mellom ulike bransjer.

Vi starter med å presentere en enkel generell likevektsmodell der vi begrenser oss til å se på 2 ferdigvarer, 2 produsenter (hver oppfattet som en samling av mange like bedrifter) og 2 produksjonsfaktorer som foreligger i gitte mengder. Vi neglisjerer vareinnsats levert fra en bransje og brukt i en annen. De fleste produksjonssektorer gjør bruk ikke bare av primære produksjonsfaktorer – som arbeidskraft og realkapital – men også av vareinnsats levert fra andre sektorer. Slike mellomsektorielle forhold kunne vi ha fått bragt eksplisitt inn gjennom det som kalles en *kryssløpsmodell*.
Den modellrammen vi skal se nærmere på i dette notatet har i en årrekke vært en arbeidshest i teori for internasjonal handel og næringssammensetning, slik noen kjenner den igjen som Heckscher-Ohlin-Samuelson-modellen fra lærebøker i internasjonal handel. Vi skal gjøre detaljert rede for denne modellen, først i den spesielle versjonen som kalles *”en liten åpen økonomi”*, der ferdigvarene fritt kan byttes på verdensmarkeder til (for den lille åpne økonomien) gitte priser. Denne modellen kan benyttes til å se hvordan næringssammensetningen påvirkes enten som følge av endringer i eksogene priser eller av endringer i tilgangen på produksjonsfaktorer når disse er fullt

mobile mellom sektorene innen et land, men immobile mellom land. Etter å ha sett på de viktigste sammenhengene innenfor denne modellen, skal vi fra synspunktet ”teknikk og metode”, se på en lukket økonomi (autarki). I motsetning til hva tilfellet er for en liten åpen økonomi, blir ferdigvareprisene under autarki bestemt *i* modellen. Rendyrkingen under autarki av at ferdigvarer og produksjonsfaktorer er immobile mellom land, gjør at vi ledes fram til en generell likevekt med bestemte egenskaper, avledet av underliggende produksjons- og etterspørselsforhold, samt faktortilgang. (Uansett hva slags økonomi vi ser på, er produksjonsfaktorene mobile kun mellom innenlandske sektorer; ikke mellom land. Vi utelukker et stort og viktig felt, nemlig internasjonale faktorbevegelser.) På denne måten kan vi få klarlagt en viktig begrunnelse for hvorfor et land eksporterer visse varer. Overgangen fra en lukket til en åpen økonomi gjør det også mulig å få et innblikk i spørsmålet om hvilke grupper (eiere av produksjonsfaktorer) som vil tjene og hvilke grupper som vil tape på internasjonalt varebytte.

Modellene som presenteres i det følgende representerer *statiske* likevektsmodeller (i motsetning til *dynamiske* modeller der tiden inngår på en essensiell måte). Utgangspunktet er en tilstand der økonomien er i ro; dvs. alle ytre sjokk har lagt seg og alle tilpasninger er gjennomført. Fra en slik situasjon utsettes økonomien for et ytre sjokk (endring i en av modellens eksogene variable). Vår metode er nå å se hvordan den nye likevektssituasjonen skiller seg fra den vi hadde i utgangspunktet. Dette er en øvelse i *komparativ statikk*; en metode som går ut på å sammenlikne en likevektssituasjon med en annen uten å se nærmere på selve overgangen mellom de to likevektene.

En slik enkel, men grov representasjon av en økonomi, vil kunne kaste noe lys over noen underliggende mekansimer som vi kan gjøre bruk av når vi skal se hva som skjer over tid; dvs. i selve fasen mellom to likevekter. Det er heller ikke alltid slik at vi nødvendigvis ”til slutt” ender opp i en tilstand av full ro. Økonomien utsettes kontinuerlig for nye sjokk, samtidig som det er iboende krefter i aktørenes egen atferd som hele tiden virker ”forstyrrende” inn. Det kan være ulik produktivitetsvekst i de forskjellige næringene; for eksempel ved at visse sektorer utsettes kontinuerlig for tekniske forbedringer, mens andre sektorer, særlig deler av den personlige tjenesteytingen, har ingen eller svært små muligheter for produktivitetsforbedringer, eller at det er egenskaper ved etterspørselen etter visse varer som påvirkes sterkere av inntektsendringer. Et eksempel kan kanskje illustrere poenget: Noen varer som konsumentene etterspør er i visse perioder luksusvarer i den forstand at varenes inntektselastisiteter er større enn én. Om det kontinuerlig skjer en bedring i produktiviteten i denne økonomien, vil realinntekten øke. Økt realinntekt vil føre til en vridning i sammensetningen av husholdningenes etterspørsel, med en relativt sterkere forskyvning mot luksusvarer som nå vil få høyere budsjettandeler. Denne vridningen, som bl.a. er typisk for en rekke tjenester (som feriereiser), vil føre til at ressursbruken vris fra produksjon av ikke-luksusvarer og over mot luksusvarer. Så lenge noen varer har inntektselastisiteter større enn én, og slike egenskaper vil selv endres over tid – bare tenk på bil og fritidsbåt som typiske luksusgoder i 1950-årene i Norge, men neppe i dag – vil produktivitetsfremgang eller realinntektsvekst kunne føre til slike vridninger som nevnt her. Slike dynamiske forhold vil bli kort introdusert i siste del av notatet, der vi skal forsøke å få formidlet sentrale faktorer bak næringsutviklingen slik vi kjenner den fra Norge; se også Rødseth (1993). Gjennom slike dynamiske modeller kan vi få en forklaring på den historiske overgangen i Norge vi har observert gjennom hele det 20. århundre, fra et typisk jordbruks- og fiskesamfunn til et moderne industri- og tjenestesamfunn; jfr. tabellen over.

2. TO-SEKTOR-MODELLEN – EN STATISK ANALYSE

2-i) Produsentsiden

Vi har en økonomi med to sektorer eller bransjer. I hver sektor skal vi la alle bedriftene (alle er per antakelse helt like) opptre som én representativ bedrift. Hver bedrift produserer kun én vare ved hjelp av to primære produksjonsfaktorer – arbeidskraft og realkapital. (Vi kunne ha tatt med flere bransjer og produksjonsfaktorer, men av pedagogiske grunner er det hensiktmessig å begrense disse til to. I tråd med hva som er vanlig, lar vi de to produksjonsfaktorene være arbeidskraft og realkapital.) Teknologien i hver sektor, næring eller bransje er representert ved en produktfunksjon som vi forutsetter har følgende (neoklassiske) egenskaper:

- Produktfunksjonens nivålinjer eller isokvanter (som med våre antakelser er fallende i faktordiagrammet) er kjennetegnet ved (strengt) avtakende marginal teknisk substitusjonsbrøk – isokvantene er krummet mot origo
- Konstant skalautbytte

(Ytterligere antakelser det er vanlig å ta med om produktfunksjonen for sektor *i*; $F^i(L_i, K_i)$, er at den er overalt og tilstrekkelig mange ganger deriverbar, i hver faktor, at den er strengt voksende i hver produksjonsfaktor – strengt positiv grenseproduktivitet – og at hver grenseproduktivitet selv er strengt avtakende; dvs. de direkte partielle deriverte av 2.orden er negative. Dette betyr at produktfunksjonens grenseproduktiviteter; $F_L^i := \dfrac{\partial F^i(L_i, K_i)}{\partial L_i}$ og $F_K^i := \dfrac{\partial F^i(L_i, K_i)}{\partial K_i}$, begge er strengt positive og strengt avtakende i faktoren selv, dvs. $F_{LL}^i := \dfrac{\partial^2 F^i(L_i, K_i)}{\partial L_i^2} < 0, F_{KK}^i := \dfrac{\partial^2 F^i(L_i, K_i)}{\partial K_i^2} < 0$. Det er også vanlig å anta at hver produksjonsfaktor er *essensiell*: For å få en positiv produktmengde, må det brukes noe av *begge* faktorer; med andre ord har vi $F^i(0, K_i) = 0 = F^i(L_i, 0)$.)

Vi tenker oss at tilgangen av hver produksjonsfaktor foreligger i en gitt mengde for *hvert land*, bestemt av forhold utenfor modellen. Disse produksjonsfaktorene er fullt mobile mellom sektorene; dette betyr bl.a. at det vil være ett og bare ett marked for hver av de to produksjonsfaktorene i vår økonomi. Vi lar produsentene opptre som aktører i *en liten åpen økonomi*, der ferdigvarer fritt, uten handelshindringer av noe slag og uten at det påløper transportkostnader, byttes mellom land, mens produksjonsfaktorer bare kan flytte seg fritt mellom sektorer *innen* det enkelte land; *ikke mellom land*. (Noen tekniske sider av modellen er behandlet særskilt i appendikser.)

Det er to produsenter i modellen. La oss se på produsenten i sektor 1; tilsvarende sammenhenger som dem vi utleder, vil gjelde for sektor 2. Sektor 1 produserer vare 1 (i en mengde Y_1) med arbeidskraft (L_1) og realkapital (K_1) i henhold til produktfunksjonen $F^1(L_1, K_1)$. Produksjonsfaktorene kjøpes i faktormarkeder til prisene w (lønn per enhet arbeidskraft) og q (pris per enhet realkapital). Vi antar at bedriften opptrer som prisfast kvantumstilpasser i alle markeder, og hvert marked oppfattes som vanlige konkurransemarkeder, uten at noen aktører kan utøve noe markedsmakt. Ferdigvaren selges også til en for produsenten eksogent gitt pris, nemlig p_1, gitt som antall kroner per fysisk enhet av ferdigvaren.

Vi antar rasjonelle aktører, noe som i første omgang betyr at produsenten ønsker å frembringe enhver mengde av ferdigvaren til så lave kostnader som mulig. Dette leder fram til kostnadsfunksjonen i sektor 1 som vi vet fremkommer som løsningen av det velkjente kostnadsminimeringsproblemet:

Velg den faktorkombinasjon $\{L_1, K_1\}$, *begge strengt positive per forutsetning, og som minimerer samlet faktorutlegg for en gitt produktmengde; dvs.*

(1) $C_1(w,q,Y_1) = Min_{\{L_1,K_1\}} \left\{ wL_1 + qK_1 \middle| F^1(L_1,K_1) = Y_1 \right\} = c_1(w,q)\cdot Y_1$

der vi har at kostnadsfunksjonen, $C_1(w,q,Y_1)$, i tilfellet med konstant skalautbytte (se appendiks A5), er proporsjonal med produktmengden, med enhetskostnaden $c_1(w,q)$ som proporsjonalitetsfaktor. Mao., totalkostnaden ved å produsere Y_1 enheter av ferdigvaren, kan skrives som $c_1(w,q)\cdot Y_1$. Legg merke til at enhetskostnaden $c_1(w,q)$ også er lik grensekostnaden i produksjonen av vare 1.

Fra appendiks A2 vet vi at bedriftenes ønsket bruk eller *etterspørsel etter produksjonsfaktorene*, for gitte produktmengder, i henhold til Shepards lemma kan skrives som: For sektor *j; j = 1,2,* har vi:

(2)
$$L_j(w,q,Y_j) = l_j(w,q)\cdot Y_j = \frac{\partial c_j(w,q)}{\partial w}\cdot Y_j := c_{jw}(w,q)\cdot Y_j$$
$$K_j(w,q,Y_j) = k_j(w,q)\cdot Y_j = \frac{\partial c_j(w,q)}{\partial q}\cdot Y_j := c_{jq}(w,q)\cdot Y_j$$

der vi bruker notasjonen $c_{jw}(w,q) := \frac{\partial c_j(w,q)}{\partial w}$, med $l_j(w,q)$; hhv. $k_j(w,q)$, som nødvendig bruk av arbeidskraft (realkapital) per enhet av det ferdige produktet i sektor j til faktorprisene *(w,q)*. Disse sammenhengene angir hvor mye arbeidskraft og realkapital bedriften(e) i sektor j ønsker å bruke til de eksogent gitte faktorprisene (w,q), når det skal frembringes et helt bestemt kvantum, eksogent gitt, lik Y_j.

Anta at begge varene blir produsert. Med konstant skalautbytte er tilbudsfunksjonen for en vare fullkomment elastisk i egen pris. Denne tilbudssammenhengen kan avledes på følgende måte: Eierne av bedriftene ønsker så godt resultat som mulig. Dette innebærer at de hele tiden vil vurdere mer- eller grenseinntekten ved å endre produksjonen opp mot mer- eller grensekostnaden. Derfor; om prisen på vare j, her lik grenseinntekten i og med at prisen er upåvirket av av den enkelte produsents disposisjoner, er litt høyere enn den produksjonsuavhengige grensekostnaden i næring j, $c_j(w,q)$, da vil de ønske å utvide produksjonen over alle grenser siden profitten da vil bli større (husk at begge størrelsene er konstante og uavhengige av produksjonen). Og motsatt, dersom $p_j < c_j(w,q)$, vil bedriften i sektor j velge ikke å produsere noe i det hele tatt. Ethvert positivt kvantum vil nå gå med tap. Ved å redusere produksjonen fra et (hypotetisk) positivt nivå, vil profitten øke; den vil være negativ, men med lavere tallverdi når produksjonen innskrenkes. Derfor, den eneste muligheten som da er forenlig med en likevekt når begge varer produseres i endelige kvanta, er at prisen er lik enhetskostnaden for hver av varene.

La oss presisere dette nærmere. For at vi skal ha positiv produksjon av vare j i bedrift nr. h, må vi kreve at prisen ikke er lavere enn enhetskostnaden i bedrift nr. h, i den næring eller sektor som produserer vare j; dvs. $p_j \geq c_j^h(w,q)$. Når alle bedriftene i en bransje (la oss si N bedrifter i alt) er identiske (har like produktfunksjoner), vil $c_j^1(w,q) = c_j^2(w,q) = ... = c_j^N(w,q)$ med felles verdi nettopp lik $c_j(w,q)$ for bedriftene i bransje j.) Om vi skulle ha *streng ulikhet*, med $p_j > c_j(w,q)$, da vil profitten til bedrift h, i denne bransjen, $\pi_h = (p_j - c_j(w,q)) \cdot y_h^j$, hvor y_h^j er bedrift h's produksjon, med samlet bransjekvantum $Y_j = \sum_{h=1}^{N} y_h^j$, vokse mot uendelig om produksjonen i bedrift h går mot uendelig. Med endelig etterspørsel for enhver positiv pris, kan en situasjon med $p_j > c_j(w,q)$ ikke representere noen likevekt, siden vi nå vil ha et tilbudsoverskudd for vare j. Tilsvarende om $p_j < c_j(w,q)$, med $p_j > 0$. Nå vil ingen bedrift ønske å produsere noe av vare j, samtidig som vi antar at etterspørselen til denne prisen er positiv. Heller ikke en slik situasjon, med et etterspørselsoverskudd, kan være noen likevekt. Den eneste muligheten som da gjenstår er $p_j = c_j(w,q)$ for hver vare j. Men når pris er lik grensekostnad for ethvert produksjonskvantum, vil profitten bli lik null uansett hvor mye eller hvor lite bedriften produserer. Tilbudt kvantum fra den enkelte produsent er således ubestemt – den kan være hva den vil. Men da oppstår – tilsynelatende – et nytt problem som ikke nødvendigvis behøver å bry oss når vi har konstant skalautbytte i produksjonen: Hvis hver bedrifts tilbud av vare j er ubestemt når vi har $p_j = c_j(w,q)$, hvordan vil da samlet etterspørsel eller totalproduksjon av varen bli *fordelt* mellom de *N* bedriftene i bransjen? Dette spørsmålet lar seg ikke besvare innenfor denne modellrammen. Vi har ingen forklaring på hvordan samlet bransjeprodukt blir fordelt mellom produsentene i bransjen, men vi trenger strengt tatt ikke å besvare dette spørsmålet for å gå videre. Det eneste vi trenger å ha klart for oss er at selve likevekten har mening eller kan bestemmes på tross av at fordelingen av produksjonen mellom bedriftene ikke kan bestemmes. Og med $p_j = c_j(w,q)$ for *j = 1,2,* og med endelig etterspørsel når prisen er endelig, har vi en meningsfull likevekt. Det er alt vi trenger her! Derfor har vi følgende likevektsbetingelser oppfylt:

$$(3) \qquad \begin{cases} p_1 = c_1(w,q) \\ p_2 = c_2(w,q) \end{cases}$$

I disse likevektsbetingelsene er produktprisene (p_1, p_2) eksogent gitte størrelser; bestemt på verdensmarkedet. Siden tilbudet av hver vare er fullkomment elastisk med hensyn på egen pris, vil kvantum omsatt av hver vare være bestemt ene og alene av nivået på den totale etterspørselen etter varen for alle land under ett. Hvor mye av varene som produseres i vår lille åpne økonomi, vil nå også avhenge av faktortilgangen i landet; se (4) under.

2-ii) Likevekt i en liten åpen økonomi

Likevekt i vår lille åpne økonomi må innebære at samlet etterspørsel etter de to produksjonsfaktorene, arbeidskraft og realkapital, må være lik samlet tilgang. La L være eksogent gitt tilbud av arbeidskraft, og K som eksogent gitt tilbud av realkapital, for den økonomien vi ser på. (En likevekt kan ikke være kjennetegnet ved et etterspørselsoverskudd for noen faktor eller vare. Imidlertid *kan* vi ha en likevekt med tilbudsoverskudd for en vare eller faktor, men da må vedkommende pris være lik null. Imidlertid, vi utelukker en slik situasjon simpelthen ved å anta at dersom en vare eller faktor skulle ha nullpris, vil det være et etterspørselsoverskudd etter vedkommende gjenstand. Dermed, alle priser vil være positive i likevekt.)

Vi skulle dermed ha likevekt i de to faktormarkedene når vi bruker sammenhengene i (2), når samlet tilgang av hver faktor er lik samlet etterspørsel:

$$(4) \qquad \begin{cases} L_1 + L_2 = c_{1w}(w,q)Y_1 + c_{2w}(w,q)Y_2 = L \\ K_1 + K_2 = c_{1q}(w,q)Y_1 + c_{2q}(w,q)Y_2 = K \end{cases}$$

Venstre side i hver linje angir samlet etterspørsel for hver faktor, med én etterspørselssammenheng for hver bransje, og med samlet (eksogent gitt) tilbud gitt på høyre side av (4), med L og K som gitte tilganger.

De fire betingelsene i (3) – (4) er alt vi trenger for vår lille åpne økonomi. Vi har et likningssystem bestående av fire likninger mellom følgende sett av variable:

Endogene eller modellbestemte variable: w, q, Y_1, Y_2

Eksogene variable (bestemt utenfor modellen): p_1, p_2, L, K

Vi har med andre ord like mange uavhengige likninger som ukjente, i alt fire, og modellen er determinert. Imidlertid ser vi at i de to prislikningene i (3) inngår kun de to endogene faktorprisene sammen med de to eksogene ferdigvareprisene. Disse to likningene utgjør en determinert undermodell, hvor (w, q) blir bestemt, begge som funksjoner kun av (p_1, p_2), *uavhengig av innenlandsk faktortilgang!* Vi kan dermed uttrykke, på generell form, faktorprisene i likevekt:

$$(3)' \qquad \begin{cases} w = w(p_1, p_2) \\ q = q(p_1, p_2) \end{cases}$$

Setter vi (3)′ inn i (4), ender vi opp med to likninger til å bestemme kvantum av hver ferdigvare. Kvantum av hver ferdigvare vil i tillegg til de to ferdigvareprisene, også være bestemt av samlet faktortilgang; dvs. likevektskvanta av de to ferdigvarene kan vi da uttrykke som:

$$(4)' \qquad \begin{cases} Y_1 = Y_1(p_1, p_2, L, K) \\ Y_2 = Y_2(p_1, p_2, L, K) \end{cases}$$

Vi vil nå se nærmere på egenskaper til funksjonene i (3)′ og (4)′.

2-iii) Noen viktige sammenhenger for en liten åpen økonomi

La oss anta, på samme måte som for ferdigvarer, at informasjon eller kjennskap om produksjonsteknologi flyter fritt mellom land; vi snakker i så fall om *fri teknologiflyt*. Dermed vil hver vare bli produseret ved hjelp av den mest effektive teknologien i alle de land der varen produseres. Dette innebærer at uansett hvor en vare blir produsert, vil teknologien være den samme og gitt ved en produktfunksjon som er uavhengig hvor den anvendes.

Disse antakelsene er viktige for å forstå modellens mekanismer og dens implikasjoner. Vi skal bruke denne modellen til å besvare følgende spørsmål:

Spørsmål 1: Hvordan forholder faktorprisene i et land seg til faktorprisene i andre land?

Spørsmål 2: Hva er sammenhengen mellom faktorpriser og ferdigvarepriser?

Spørsmål 3: Hvordan påvirkes produksjonssammensetningen av endringer i faktortilgang?

(Disse spørsmålene er interessante i seg selv i og med at vi kan etablere sammenhengener mellom viktige økonomiske størrelser. Etter at vi seinere har klarlagt egenskapene ved en autarki-likevekt, kan vi bruke disse resultatene til å foreta en sammenlikning mellom likevekten under autarki og ved internasjonalt varebytte, og på det grunnlag avgjøre hvilke faktorer som kan begrunne et lands *komparative fortrinn* og *hvilke grupper som vil tjene eller tape på internasjonalt varebytte*.)

Spørsmål 1: Faktorprisutjevning

Fra (3)' har vi en entydig sammenheng mellom de eksogene ferdigvareprisene og faktorprisene i det landet vi ser på og som er avledet av de bakenforliggende kostnadsfunksjonene og dermed av de to produktfunksjonene. Dersom det er fri flyt av teknologi mellom land (hver vare produseres med samme teknologi i de land der den produseres), ingen handelshindringer, samtidig som begge varer produseres, vil avlønningen av én produksjonsfaktor som brukes til å produsere samme vare i flere land, være den samme; dvs. *uavhengig av hvor arbeidskraften jobber*. Dette resultatet kalles *faktorprisutjevningsteoremet* som nettopp forteller at en og samme produksjonsfaktor, på tross av at den er immobil mellom land, vil oppnå lik avlønning som i andre land, så lenge de prisene varene selges til på verdensmarkedet er like mellom land. Vi får samme resultat gjennom fritt varebytte som om faktorene skulle ha vært fullt mobile mellom land! Fritt varebytte er innenfor dette modelloppsettet et perfekt substitutt for full mobilitet av produksjonsfaktorer mellom land.

At fullstendig faktorprisutjevning ikke er oppfylt i praksis, kan ha sammenheng med at land ikke nødvendigvis produserer alle varer (antakelig det normale), at det ikke er fri internasjonal flyt av teknologi, at transportkostnader eller andre handelskostnader skaper forskjeller i nettopris mellom produsentene i de enkelte land, osv.) Antakelig produseres det flere varer enn antall produksjonsfaktorer tilgjengelig i et land. I en slik situasjon vil et land spesialisere seg i et begrenset antall varer lik det antall produksjonsfaktorer landet har tilgang til. Ved delvis eller full spesialisering, vil betingelser av typen (3) og (4) gjelde for undergrupper av produserte varer. Det viktige å få med seg her er at faktoravlønningen for en liten åpen økonomi, på tross av at faktorene er immobile mellom land, kun avhenger av prisene på verdensmarkedet, og *ikke* av innenlandsk faktortilgang.

Spørsmål 2: Hva er sammenhengen mellom faktorpriser og ferdigvarepriser?

Uten full spesialisering i produksjonen, vil de to betingelsene i (3) ha løsning slik vi generelt har antydet i (3)′. Foreløpig har vi bare slått fast at en slik løsning finnes, men vi har ikke sagt noe mer. Vi ønsker et mer presist utsagn om hvordan, for eksempel, lønna w endres når prisen på vare 1 øker. Med andre ord, hvilket fortegn har hver av de partielle deriverte av de to funksjonene i (3)′. (Begge funksjonene er tilstrekkelig deriverbare for alle ikke-negative ferdigvarepriser.)

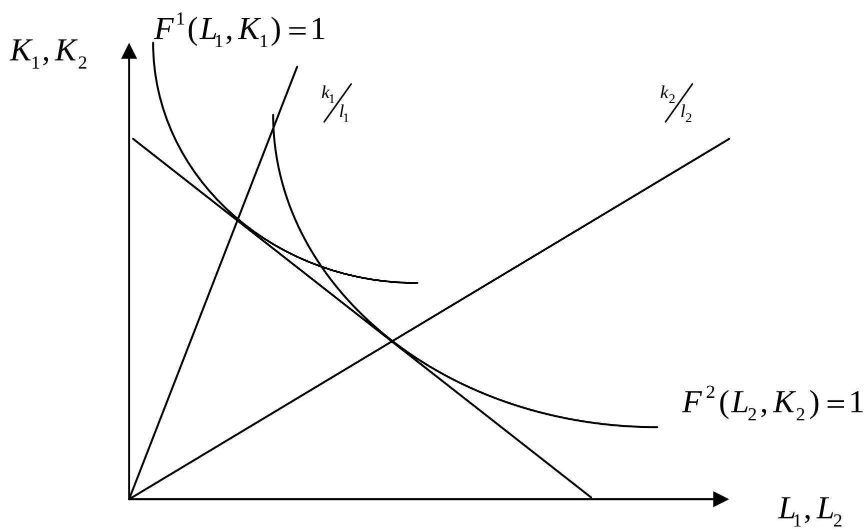
For å komme noen vei, må vi innføre følgende definisjon:

Definisjon: Faktorintensitet

Vi sier at produksjonen av vare 1 er relativt mer kapitalintensiv enn produksjonen av vare 2 dersom antall enheter realkapital per arbeidstime er større i sektor 1 enn i *sektor 2; dvs. vare 1 er relativt mer intensiv i bruken av kapital hvis* $\frac{k_1(w,q)}{l_1(w,q)} > \frac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)}$ *for alle (w,q).*

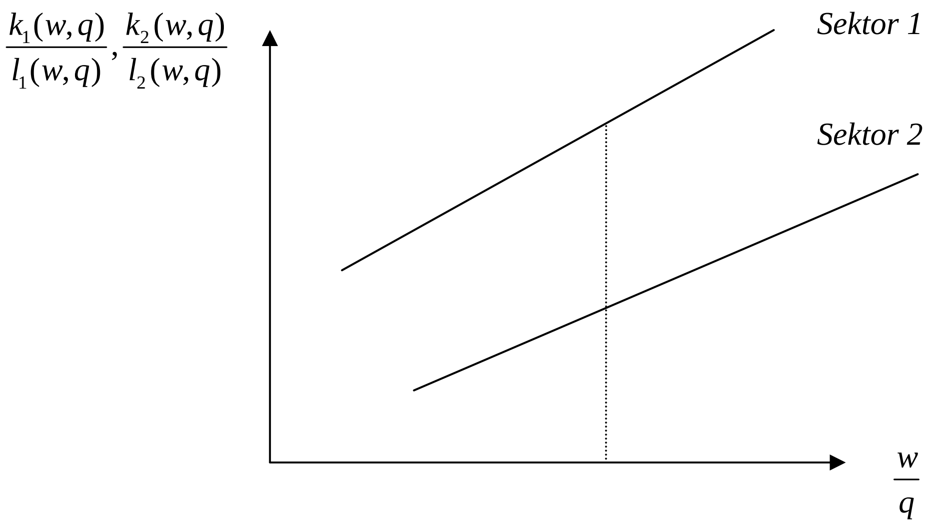
Fra (2) har vi at antall arbeidstimer brukt per enhet produsert av vare j er gitt ved $l_j(w,q) := \frac{L_j(w,q,Y_j)}{Y_j} = \frac{\partial c_j(w,q)}{\partial w} := c_{jw}(w,q)$, og uavhengig av produksjonsskalaen selv, mens antall enheter realkapital per produsert enhet er gitt ved $k_j(w,q) := \frac{K_j(w,q,Y_j)}{Y_j} = \frac{\partial c_j(w,q)}{\partial q} := c_{jq}(w,q)$, også uavhengig av Y_j.

Hvis produksjonen av vare 1 er relativt mer intensiv i bruken av realkapital enn produksjonen av vare 2, vil substitumalen eller den optimale faktorstrålen, for et gitt faktorprisforhold, til sektor 1 være brattere enn den i sektor 2. Tegner vi enhets-isokvanter i et faktordiagram; én for hver sektor, slik at, for et hvilket som helst faktorprisforhold, sektor 1 bruker mer realkapital per arbeidstime enn sektor 2, da har vi følgende figur:



Figur 1

For et gitt faktorprisforhold (svarende til helningen på den fallende rettlinjede isokostlinjen i figur 1), vil sektor 1, uansett hvor mye som skal produseres, velge faktorforholdet gitt ved den bratteste av de to faktorstrålene – tegnet inn i figur 1 – nemlig den som er markert med $\frac{k_1}{l_1} = \frac{\frac{K_1}{Y_1}}{\frac{L_1}{Y_1}}$, mens tilsvarende kostnadsminimering i sektor 2 vil gi en tilpasning langs faktorstrålen merket $\frac{k_2}{l_2}$. Vår antakelse om at sektor 1, uansett hva faktorprisene måtte være, er relativt mer kapitalintensiv, eller bare kapitalintensiv, betyr at $\frac{k_1(w,q)}{l_1(w,q)} > \frac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)}$, hvilket innebærer at isokvantene krysser hverandre kun én gang; slik som i figur 1. Fra tidligere vet vi at kun faktorprisforholdet er av betydning for valg av kostnadsminimerende faktorkombinasjon, og slik at innsatsen av realkapital per arbeidstime selv er stigende i $\frac{w}{q}$. Dette følger direkte fra at det er substitusjonsmuligheter i produksjonen av hver vare. (Fra appendiks A4 vet vi at når lønna øker i forhold til kapitalprisen, vil bruken av arbeidskraft gå ned, mens bruken av realkapital vil øke, for gitt produktmengde. Med andre ord, $\frac{k_j(w,q)}{l_j(w,q)}$ er selv voksende i $\frac{w}{q}$.) Vår antakelse om faktorintensitet betyr altså, som vist i figur 2, at til ethvert faktorprisforhold, må vi ha ulikheten $\frac{k_1(w,q)}{l_1(w,q)} > \frac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)}$, der hver faktorintensitet selv er stigende i faktorprisforholdet $\frac{w}{q}$.



Figur 2

Om faktorprisforholdet $\frac{w}{q}$ øker, vil begge faktorintensitetene, slik de er definert over, øke, men uansett faktorprisforhold, vil den, per antakelse, være størst i sektor 1.

Vi skal nå knytte en forbindelse mellom de eksogent gitte produktprisene på verdensmarkedet og de endogene faktorprisene, når vi hele tiden antar at sektor 1 er relativt mest intensiv i bruken av realkapital slik som definert over. Anta at prisen på vare 1 øker, mens prisen på vare 2 er konstant. Høyere pris på vare 1, relativt til prisen på vare 2, vil føre til at flere bedrifter vil ønske å produsere vare 1 i stedet for vare 2. (Dette er vist i appendiks B, der vi har utledet produksjonsmulighetene, samt sett hvilken produktsammensetning, og dermed hvilken allokering av produksjonsfaktorene, som maksimerer nasjonalinntekten til verdensmarkedets priser.) En slik produktprisøkning vil implisere økt etterspørsel etter begge produksjonsfaktorer fra sektor 1, samtidig som lavere produksjon i sektor 2 vil frigjøre noe av begge produksjonsfaktorer. Fordi produksjonen av vare 1 er kapitalintensiv, vil det skje en relativt sterkere økning i etterspørselen etter realkapital enn hva tilfellet er for arbeidskraft som på den anne side, frigjøres i relativt stort omfang som følge av lavere tilbud av vare 2 som jo er en arbeidsintensiv vare. For uendrede faktorpriser vil vi derfor vente et etterspørselsoverskudd etter realkapital og et tilbudsoverskudd for arbeidskraft. For å gjenopprette likevekten i de to faktormarkedene, er det høyst rimelig å regne med at q vil øke relativt til w. La oss se om denne intuisjonen holder.

Når det skjer noe med prisene på verdensmarkedet, vil likningssystemet (3) bli forstyrret. En økning i p_1, vil normalt påvirke begge faktorprisene, gjennom de generelle sammenhengene i (3)′. Hvordan disse faktorprisene blir påvirket, finner vi nå ved å derivere betingelsene i (3) partielt mhp. p_1, når vi samtidig bruker kjerneregelen, og husker på at kun p_1 øker:

$$(5)\qquad \begin{cases} 1 = \dfrac{\partial c_1(w,q)}{\partial w}\cdot\dfrac{\partial w}{\partial p_1} + \dfrac{\partial c_1(w,q)}{\partial q}\cdot\dfrac{\partial q}{\partial p_1} = l_1(w,q)\cdot\dfrac{\partial w}{\partial p_1} + k_1(w,q)\cdot\dfrac{\partial q}{\partial p_1} \\[2ex] 0 = \dfrac{\partial c_2(w,q)}{\partial w}\cdot\dfrac{\partial w}{\partial p_1} + \dfrac{\partial c_2(w,q)}{\partial q}\cdot\dfrac{\partial q}{\partial p_1} = l_2(w,q)\cdot\dfrac{\partial w}{\partial p_1} + k_2(w,q)\cdot\dfrac{\partial q}{\partial p_1} \end{cases}$$

Fra den andre av disse betingelsene finner vi: $\dfrac{\partial w}{\partial p_1} = -\dfrac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)}\cdot\dfrac{\partial q}{\partial p_1}$, som vi kan sette inn i den første. Fra denne kan vi nå trekke vår første konklusjon: *Faktorprisene må bevege seg i motsatt retning; én må øke, mens én må gå ned.* Den første av betingelsene i (5) kan dermed skrives som: $1 = \left[k_1(w,q) - l_1(w,q)\cdot\dfrac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)}\right]\cdot\dfrac{\partial q}{\partial p_1} = l_1(w,q)\left[\dfrac{k_1}{l_1} - \dfrac{k_2}{l_2}\right]\cdot\dfrac{\partial q}{\partial p_1}$, hvilket leder til konklusjonen om at q vil øke og w vil gå ned, når p_1 øker, så lenge sektor 1 er kapitalintensiv, dvs. om $\dfrac{k_1}{l_1} > \dfrac{k_2}{l_2}$ er oppfylt for alle faktorpriser:

$$(6) \qquad \frac{\partial q}{\partial p_1} = \frac{1}{l_1}\left[\frac{k_1}{l_1} - \frac{k_2}{l_2}\right]^{-1} > 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial w}{\partial p_1} = -\frac{k_2}{l_2} \cdot \frac{\partial q}{\partial p_1} < 0$$

Vi har dermed følgende resultat som går under betegnelsen *Samuelson-Stolper-teoremet*. Det lyder som følger:

Samuelson-Stolper teoremet:

En økning i en pris på en ferdigvare, vil øke avlønningen til den faktor som brukes intensivt i produksjonen av denne varen. Når vi har to produksjonsfaktorer, vil prisen på den andre faktoren (som brukes intensivt i den andre sektoren) dermed gå ned.

Vi ser at dette teoremet ”fungerer i praksis”. Kinas inntreden på verdensmarkedet har ført til at prisen på klær og andre tekstilvarer har gått betydelig ned på verdensmarkedet. Tekstilbransjen, særlig i USA og i EU, misliker dette, siden avlønningen til produksjonsfaktorer som brukes intensivt i denne sektoren, faller. Det fremmes krav om beskyttelse av innenlandsk produksjon, nettopp med det for øye å begrense virkninger på faktoravlønning. Tilsvarende motstand mot ytterligere liberalisering av handelen med landbruksprodukter, slik vi ser det blant bønder i Norge og i Frankrike, kan forstås med bakgrunn i dette resultatet.

Derfor, når verdensmarkedsprisen på den kapitalintensive varen øker, vil en tilpasning mot høyere nasjonalinntekt føre til en vridning i produksjonssammensetningen, i retning av høyere produksjon av den vare som oppnår en relativt høyere pris på verdensmarkedet. For å få realisert denne produksjonsendringen, må det skje noe med faktorprisene hjemme. Hvorfor? Jo, bedriftene i sektor 2 (som i første omgang ikke opplever noen endringer), må motiveres til å redusere produksjonen for å kunne frigjøre produksjonsressurser til sektor 1. Dette kan innenfor denne modellen kun skje ved at faktorprisene endres. Den ønskede reallokeringen av ressurser, mot

høyere produksjon av den kapitalintensive varen, realiseres ved at kapitalprisen *q* øker, mens lønna *w* går ned. Til de nye faktorprisene vil hver sektor velge en lavere kapitalintensitet enn hva tilfellet var forut for prisøkningen på vare 1. Hva innebærer dette?
Siden samlet tilgang av de to produksjonsfaktorene er gitt, lik hhv. *K* og *L*, vil vi fra (4) ha:

$$(7)\qquad \frac{K}{L}=\frac{K_1+K_2}{L}=\frac{K_1}{L}+\frac{K_2}{L}=\frac{K_1}{L_1}\frac{L_1}{L}+\frac{K_2}{L_2}\frac{L_2}{L}=\kappa_1\cdot s+\kappa_2\cdot(1-s)=s\cdot(\kappa_1-\kappa_2)+\kappa_2$$

der vi har innført $\kappa_j := \frac{K_j}{L_j}=\frac{k_j}{l_j}$ for kapitalintensiteten i sektor j, og sysselsettingsandelen i sektor 1 som $s := \frac{L_1}{L}$, slik at vi selvsagt har $1-s=\frac{L_2}{L}$.
Når prisen på vare 1 (den kapitalintensive varen) øker, har vi sett at *q* øker og *w* går ned, med den konsekvens at både κ_1 og κ_2 i første omgang går ned. Mao., kapitalintensiteten går ned i begge sektorer. Siden vi har $\kappa_1 > \kappa_2$ og κ_2 går ned, ser vi at den eneste måten å få opprettholdt likheten i (7), er at sysselsettingsandelen i sektor 1, s, øker. Det skjer en overføring av arbeidskraft fra sektor 2 til sektor 1, slik vi har redgjort for tidligere.

Spørsmål 3: Hva er sammenhengen mellom faktortilgang og produktsammensetning?
Vi har hittil sett hvordan likevektssammenhengene i (3)′ og (4)′ påvirkes av endring i en ferdigvarepris. Det neste spørsmålet dreier seg om hvordan produksjonssammensetningen i (4)′ avhenger av tilgangen av de to produksjonsfaktorene *L* og *K*. Fra (3)′ vet vi at *faktorprisene er uavhengig av faktortilgang*. Dette betyr at så lenge produktprisene holder seg konstante, vil faktorprisene også holde seg konstante. Men om tilgangen av en produksjonsfaktor skulle øke (for eksempel gjennom vekst i realkapitalen,

innvandring, eller økt yrkesdeltakelse), vil selvsagt produktsammensetningen endres. Men hvordan? Det resultatet vi nå skal vise kalles *Rybczynski-teoremet* som viser innenlandske sektorforskyvninger som følge av endringer i tilgangen på primære produksjonsfaktorer. Vi ønsker svar på spørsmålet: Hva skjer i vår lille økonomi om det skjer en eksogen økning f.eks. i tilgangen på arbeidskraft L? Ta nå utgangspunkt i likevektssammenhengene i (4). En partiell økning i L vil, for konstante faktorpriser, gi oss følgende virkninger på Y_1 og Y_2, når vi også bruker (2):

$$(8)\quad \begin{cases} 1 = c_{1w}(w,q)\cdot\dfrac{\partial Y_1}{\partial L} + c_{2w}(w,q)\cdot\dfrac{\partial Y_2}{\partial L} = l_1(w,q)\cdot\dfrac{\partial Y_1}{\partial L} + l_2(w,q)\cdot\dfrac{\partial Y_2}{\partial L} \\ \\ 0 = c_{1q}(w,q)\cdot\dfrac{\partial Y_1}{\partial L} + c_{2q}(w,q)\cdot\dfrac{\partial Y_2}{\partial L} = k_1(w,q)\cdot\dfrac{\partial Y_1}{\partial L} + k_2(w,q)\cdot\dfrac{\partial Y_2}{\partial L} \end{cases}$$

Fra den andre av disse betingelsene får vi at $\dfrac{\partial Y_1}{\partial L} = -\dfrac{k_2}{k_1}\cdot\dfrac{\partial Y_2}{\partial L}$, som viser vårt første resultat nemlig at *om produksjonen i en sektor øker når L øker, må produksjonen i den andre sektoren gå ned!* Setter vi uttrykket fra den andre betingelsen inn i den første finner vi:

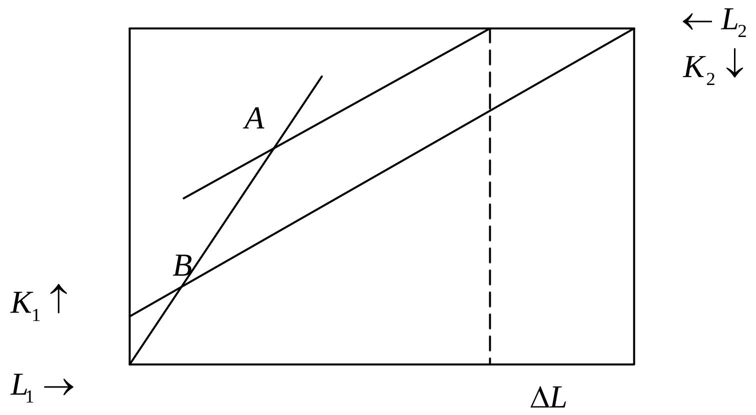
$$(9)\qquad 1 = \left[l_2 - l_1\frac{k_2}{k_1}\right]\cdot\frac{\partial Y_2}{\partial L} \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial Y_2}{\partial L} = \frac{1}{l_2 - k_2\dfrac{l_1}{k_1}} = \frac{1}{l_2\left(1-\frac{\frac{k_2}{l_2}}{\frac{k_1}{l_1}}\right)} = \frac{\kappa_1}{l_2(\kappa_1-\kappa_2)}$$

der vi igjen har brukt definisjonen $\kappa_j := \dfrac{k_j}{l_j}$ av kapitalintensiteten i sektor j. Med vår antakelse om at sektor 1 er kapitalintensiv i den forstand at $\kappa_1 > \kappa_2$, ser vi at $\dfrac{\partial Y_2}{\partial L} = \dfrac{\kappa_1}{l_2(\kappa_1-\kappa_2)} > 0$, og $\dfrac{\partial Y_1}{\partial L} = -\dfrac{k_2}{k_1}\cdot\dfrac{\partial Y_2}{\partial L} < 0$, slik at vi kan etablere følgende viktige resultat som knytter sammen ”vekst” og næringsstruktur:

Rybczynski-teoremet:

Øker tilgangen på arbeidskraft i vår to-faktor-to-vare-økonomi, vil produksjonen av den vare som er arbeidsintensiv, øke, mens produksjonen av den andre vare vil gå ned. Mer generelt har vi: Om tilgangen på en produksjonsfaktor øker, vil produksjonen av den vare som er intensiv i vedkommende faktor gå opp, mens produksjonen av den andre varen vil gå ned.

Siden faktorprisene er upåvirket, vil produksjonen i hver sektor foregå med uendret faktorintensitet. Vi kan derfor illustrere i en bytteboks hva som skjer med sektorsammensetningen når tilgangen på arbeidskraft øker. I figur 3 lar vi nå bredden i bytteboksen øke, samtidig som sektor 2's hjørne flyttes mot høyre slik som antydet i figuren.



Figur 3

(I punktene A og B vil to isokvanter – ikke tegnet inn – tangere hvernadre.) Når tilgangen på arbeidskraft øker med ΔL, øker bredden på bytteboksen. Vi ser at med uendret faktorintensitet, vil produksjonen av vare 1 vil gå ned, vist i figuren ved overgangen fra initial allokering av faktorene (punktet *A*) til den nye fordelingen etter økningen i arbeidstilbudet gitt ved punktet *B*. (Siden faktorprisene er uendret, vil tilpasningen skje langs samme faktorstråle som før.) Produksjonen av den kapitalintensive varen (vare 1) vil gå ned, men da må produksjonen av den arbeidsintensive varen (vare 2) gå opp.

Det interessante ved Rybczynski-teoremet er at en økning i en produksjonsfaktor best møtes ved å endre sektorsammensetningen. Alternativt kunne denne økte sysselsettingen tilflyte begge sektorer, gjennom å endre faktorsammensetningen eller faktorintensiteten i hver sektor. Men som vi nettopp har sett, er det bedre å endre sektor– eller produksjonssammensetningen. Dersom en i vårt tilfelle gjorde produksjonen i begge bransjer mer arbeidsintensiv gjennom å øke sysselsettingen i hver sektor, ville grenseproduktiviteten i hver sektor bli lavere og med det lavere gjennomsnittsproduktivitet av arbeidskraft i hele økonomien. Som vist gjennom Rybczynski-sammenhengen, vil omfordeling av produksjonsressurser mellom sektorene og slik at mer realkapital overføres til den arbeidsintensive sektoren, føre til at produktiviteten kan opprettholdes på samme nivå som tidligere. Økonomien får mest igjen for den økte tilgangen på arbeidskraft ved den omstrukturering som ligger bak Rybczynski-teoremet.

Går vi tilbake til sammenhengen i (7), ser vi

$$(7) \qquad \frac{K}{L} = \frac{K_1 + K_2}{L} = \frac{K_1}{L} + \frac{K_2}{L} = \frac{K_1}{L_1}\frac{L_1}{L} + \frac{K_2}{L_2}\frac{L_2}{L} = \kappa_1 \cdot s + \kappa_2 \cdot (1-s) = s \cdot (\kappa_1 - \kappa_2) + \kappa_2$$

der vi fra tidligere har at kapitalintensitet i sektor j er $\kappa_j := \frac{K_j}{L_j} = \frac{k_j}{l_j}$ og sysselsettingsandelen i sektor 1 som $s := \frac{L_1}{L}$, og den i sektor 2 som $1 - s = \frac{L_2}{L}$.

Når L øker, vil venstre side i (7), $\frac{K}{L}$, gå ned. For å få høyre side til også å gå ned med konstante faktorintensiteter, må sysselsettingsandelen i sektor 2, $1-s$, gå opp (s ned), så lenge vi har $\kappa_1 > \kappa_2$.

2-iv) Likevekt under autarki

En viktig anvendelse av det modelloppsettet vi har skissert så langt er å knytte det til en forklaring på et lands komparative fortrinn. Dette gjøres ved å sammenlikne relative autarkipriser mellom land siden disse vil gjenspeile marginalkostnader (marginale transformasjonsbrøker eller marginale realøkonomiske bytteforhold) i generell autarkilikevekt. Hvis et land produserer en vare (la oss si vare 1) til en marginalkostnad (som angir det antall enheter av vare 2 landet må gi opp for å produsere ytterligere én enhet til av vare 1) som er lavere enn i andre land, da sier vi at dette landet har et komparativt fortrinn i produksjonen av vare 1. I en lukket økonomi vil likevekten være kjennetegnet ved at konsumentene tilpasser seg slik at den marginale substitusjonsbrøk mellom de to varene er lik relativ pris på vare 1 som igjen er lik marginal transformasjonsbrøk på produksjonssiden. For å få etablert en slik autarkilikevekt, må vi inkludere etterspørselssiden. I en lukket økonomi er konsummulighetene begrenset ene og alene av landets produksjonsmuligheter eller tilgangen på produksjonsressurser sammen med de gitte produksjonsteknologiene. Konsumentsiden består som en forenkling av en representativ forbruker eller husholdningssektor med preferanser (gitt ved en nyttefunksjon) for de to varene. Konsumenten er en samlebetegnelse for alle forbrukere eller husholdninger som også eier produksjonsfaktorene og begge bedriftene. Husholdningssektoren mottar dermed all faktorinntekt og renprofitt (som med konstant skalautbytte er lik null). For å holde fremstillingen på en oversiktlig måte, skal vi holde offentlig sektor (stat, kommuner og trygdeforvaltning) utenfor analysen. Dette er selvsagt kritikkverdig all den tid vi ønsker å etablere forklaringskraftige tankeskjemaer. Det er tvilsomt om veksten i offentlig forvaltning ene og alene kan forklares ved hjelp av de mekanismene vi presenterer her.

Hva nytt trenger vi utover prislikningene (3) og likevektsbetingelsene i faktormarkedene (4), som jo også må gjelde i en lukket økonomi? Jo, siden vi selv må produsere de varene vi ønsker å konsumere, må ferdigvareprisene fremkomme som de prisene som sikrer likevekt i varemarkedene. Vi må derfor ha etterspørselssammenhenger for hver av de to ferdigvarene, sammen med en tilbudssammenheng.

La konsumet av de to varene være X_1 og X_2, over hvilke husholdningssektoren har preferanser gitt ved nyttefunksjonen $U(X_1, X_2)$. Denne har, for det første, de vanlige egenskapene: Strengt voksende i hvert argument og med avtakende marginal substitusjonsbrøk. I tillegg antas det at den er homotetisk. Dette betyr at dersom to godekombinasjoner $X^1 = (X_1^1, X_2^1)$ og $X^2 = (X_1^2, X_2^2)$ er nyttemessig likeverdige (eller indifferente, uttrykt som $X^1 \sim X^2$), med $U(X_1^1, X_2^1) = U(X_2^1, X_2^2)$, da vil vi også for alle positive tall α, ha at indifferensen bevares; dvs. at $\alpha X^1 \sim \alpha X^2$. Egenskapen om homotetiske preferanser impliserer at de ordinære etterspørselsfunksjonene, med $R = P_1 X_1 + P_2 X_2$ som disponibel inntekt og med P_i som nominell pris per enhet av vare i, kan skrives som:

(10) $$X_i = X_i(P_1, P_2, R) = R \cdot x_i(\frac{P_1}{P_2})\text{ ; }i\text{=1,2} \Rightarrow \frac{X_1}{X_2} = \frac{Rx_1(\frac{P_1}{P_2})}{Rx_2(\frac{P_1}{P_2})} := D(\frac{P_1}{P_2}) \text{ } med \text{ } D' < 0$$

Vi har at etterspurt mengde av hver vare er proporsjonal med disponibel inntekt. Hver vares inntektselastisitet er derfor én. Dette har igjen den implikasjonen at dersom R øker, vil relativ økning i etterspurt mengde for hver av de to varene være lik relativ økning i inntekten. (Hver vares budsjettandel er upåvirket av inntektsøkningen.) Relativ etterspørsel $\frac{X_1}{X_2}$ er dermed *uavhengig av R*, og kun (negativt) avhengig av prisforholdet $\frac{P_1}{P_2}$. (Jo dyrere vare 1 er relativt til vare 2, jo lavere er relativ etterspørsel $\frac{X_1}{X_2}$; dvs. $D'(\frac{P_1}{P_2}) < 0$.)

Da kan vi "lukke" denne modellen ved å trekke inn likevektsbetingelsene i de to varemarkedene:

$$(11) \qquad R \cdot x_i(\frac{P_1}{P_2}) = Y_i \qquad i = 1, 2$$

der disponibel inntekt, *R*, er lik verdien av husholdningenes eierrettigheter eller faktorinntekt til prisene (*w*,*q*):

$$(12) \qquad R = wL + qK$$

Vi har nå fire likevektsbetingelser, (4) og (11), to prislikninger i (3) og en likning til å bestemme verdien av eierrettigheter i (12). Dette systemet utgjør, slik det står, 7 likninger mellom like mange ukjente $(w, q, P_1, P_2, R, Y_1, Y_2)$. Imidlertid, pga. Walras' lov, vil én av disse likningene kunne avledes av de øvrige; likevekt i tre markeder, vil implisere likevekt i det fjerde.[1] Eliminerer

[1] Budsjettbetingelsen til husholdningssektoren, og som ligger innbakt i etterspørselsfunksjonene, gir: $P_1X_1 + P_2X_2 = R$. Ved så å bruke (12) og (4) $P_1X_1 + P_2X_2 = R = wL + qK$
$= w(L_1 + L_2) + q(K_1 + K_2) = w\left[c_{1w}(w,q)Y_1 + c_{2w}(w,q)Y_2\right] + q\left[c_{1q}(w,q)Y_1 + c_{2q}(w,q)Y_2\right]$
som igjen kan skrives som:
$P_1X_1 + P_2X_2 = \left[wc_{1w}(w,q) + qc_{1q}(w,q)\right]Y_1 + \left[wc_{2w}(w,q) + qc_{2q}(w,q)\right]Y_2 = c_1(w,q)Y_1 + c_2(w,q)Y_2$
Der siste likhet følger av (A-23) i appendiks A6. Bruk nå prislikningene (3), og vi har:

vi R ved hjelp av (12), vil altså (3), (4) og (11) utgjøre fem uavhengige likninger mellom de fem variable; tre relative priser, $\frac{P_1}{P_2}, \frac{w}{P_2}, \frac{q}{P_2}$, alle i enheter av vare 2, og to varemengder Y_1 og Y_2. Alle disse endogene variable er funksjoner av de eksogene størrelsene (L, K) og bakenforliggende teknologier. Vi har en determinert modell for vår autarkilikevekt.

Hva kan vi bruke dette tankeskjemaet til? Jo, vi vil for det første etablere en likevekt for en lukket økonomi (autarki). Deretter skal vi bruke modellen til å knytte en forbindelse mellom relativ faktor- eller ressurstilgang i økonomien og relative priser under autarki, og på bakgrunn av den informasjonen komme opp med utsagn om hvilken vare landet har komparativt fortrinn i. (Dette er den tilnærmingen som i teorier for internasjonal handel går under betegnelsen HOS-modellen etter de tre økonomene Heckscher, Ohlin og Samuelson, der forskjeller i relativ ressurstilgang er avgjørende for et lands komparative fortrinn.)

Vi har i avsnittet om en liten åpen økonomi allerede etablert noen av de sammenhengene vi trenger, nemlig den mellom relativ produktpris og relativ faktorpris (*Samuelson-Stolper*), og den mellom faktortilgang og produktsammensetning (*Rybczynski*). Samtidig skal vi beholde vår tidligere antakelse om at *vare 1 er kapitalintensiv*, etter den definisjonen vi har gitt om faktorintensitet.

For vår lille åpne økonomi viste vi at det var en sammenheng fra produktprisene til faktorprisene, slik som vist i (6). Vi kan snu denne sammenhengen på hodet og slå fast følgende: Hvis vare 1 er *kapitalintensiv*; dvs. uansett hva relativ faktorpris $\frac{w}{q}$ måtte være, vil $\kappa_1 := \frac{k_1}{l_1} > \frac{k_2}{l_2} := \kappa_2$, da har vi: Anta at lønna *w*, av en eller annen grunn, skulle øke relativt til

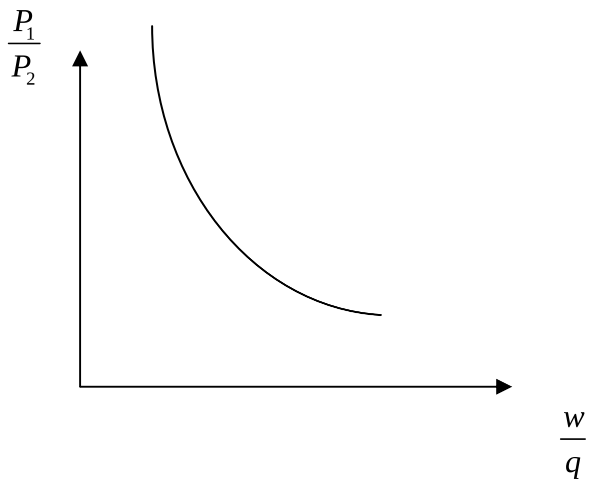
---

$P_1(X_1 - Y_1) + P_2(X_2 - Y_2) = 0$. Dersom vi har likevekt i et marked, slik at $X_1 = Y_1$, følger det derfor med nødvendighet at vi har likevekt i det andre markedet: $X_2 = Y_2$

kapitalprisen q, slik at $\frac{w}{q}$ øker. Hva skjer med produktprisene og spesielt, hva skjer med relativprisen $\frac{P_1}{P_2}$? Når lønna øker, vil enhetskostnaden i den arbeidsintensive sektoren (sektor 2) øke relativt mer enn hva enhetskostnaden i den kapitalintensive sektor 1 vil gjøre. Siden sektor 2 bruker flere arbeidstimer per enhet realkapital enn hva sektor 1 gjør, vil lønnsøkningen ramme den arbeidsintensive bransjen hardest. Enhetskostnaden i sektor 2 vil dermed øke mest. Siden vi i likevekt må ha at pris = enhetskostnad i hver sektor, vil P_2 øke mer enn hva P_1 gjør. Dette betyr at $\frac{P_1}{P_2}$ *vil gå ned når* $\frac{w}{q}$ *øker.*

Dermed har vi:

Med $\kappa_1 := \frac{k_1}{l_1} > \frac{k_2}{l_2} := \kappa_2$, *vil det være en negativ sammenheng mellom relativ faktorpris* $\frac{w}{q}$ *og relativ produktpris* $\frac{P_1}{P_2}$, slik det er illustrert i figur 4:



Figur 4

(Legg merke til at dersom vare 1 er arbeidsintensiv, vil kurven i figur 4 være stignede. Vis dette!)

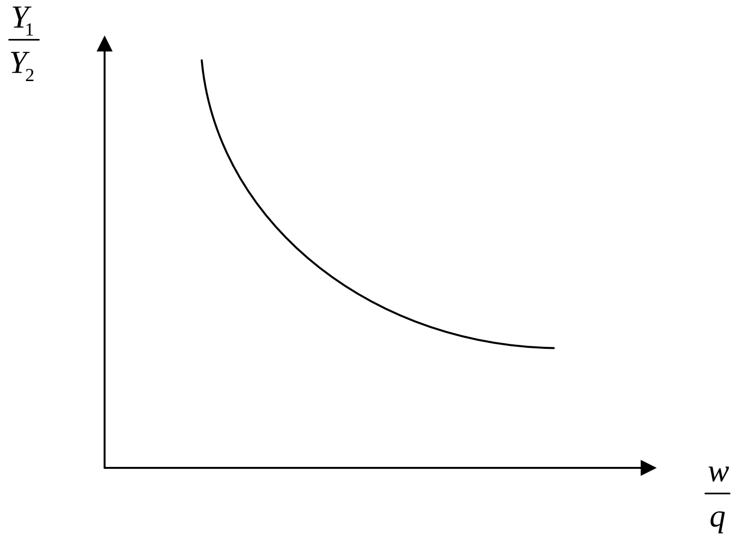
Vi har nå, i tillegg til sammenhengen i figur 4, den relative etterspørselssammenhengen i (10). Vi mangler en sammenheng mellom relativt tilbud og relativ produktpris. Hvordan kan vi konstruere en slik sammenheng? Produksjonssiden i økonomien er karakterisert ved prissammenhengene i (3) og som er illustrert i figur 4, samt likevektsbetingelser i faktormarkedene gitt ved (4):

$$(4) \qquad \begin{cases} L_1 + L_2 = c_{1w}(w,q)Y_1 + c_{2w}(w,q)Y_2 = L \\ K_1 + K_2 = c_{1q}(w,q)Y_1 + c_{2q}(w,q)Y_2 = K \end{cases}$$

Se isolert på de to betingelsene i (4) og hold samlet faktortilgang fast. Da vil disse betingelsene kunne gi svar på følgende spørsmål: *Ta utgangspunkt i et vilkårlig faktorprisforhold. Hvilken produktsammensetning vil da, til dette faktorprisforholdet, være forenlig med likevekt i faktormarkedene?* Eller sagt på en annen måte; *hvilket faktorprisforhold er forenlig med en bestemt produktsammensetning? Og hvordan må faktorprisforholdet endre seg om produksjonssammensetningen endres, for eksempel i favør av vare 1 (den kapitalintensive varen)?*

Om Y_1 skal øke på bekostning av Y_2 (slik at $\frac{Y_1}{Y_2}$ øker), vil, for fastholdt faktorprisforhold, den økte etterspørselen etter realkapital fra bransje 1 overstige den mengde realkapital som frigjøres fra bransje 2, samtidig som det motsatte vil være tilfelle for arbeidskraft. (Relativt mye arbeidskraft frigjøres per enhets redusert produksjon i bransje 2.) Uten endring i faktorprisforholdet, vil vi nå få et etterspørselsoverskudd for realkapital og et tilbudsoverskudd for arbeidskraft. Likevekt vil igjen bli etablert om w synker i forhold til q. Dermed har vi: *En høyere relativ produktmengde av den kapitalintensive varen er bare forenlig med et lavere faktorprisforhold* $\frac{w}{q}$.

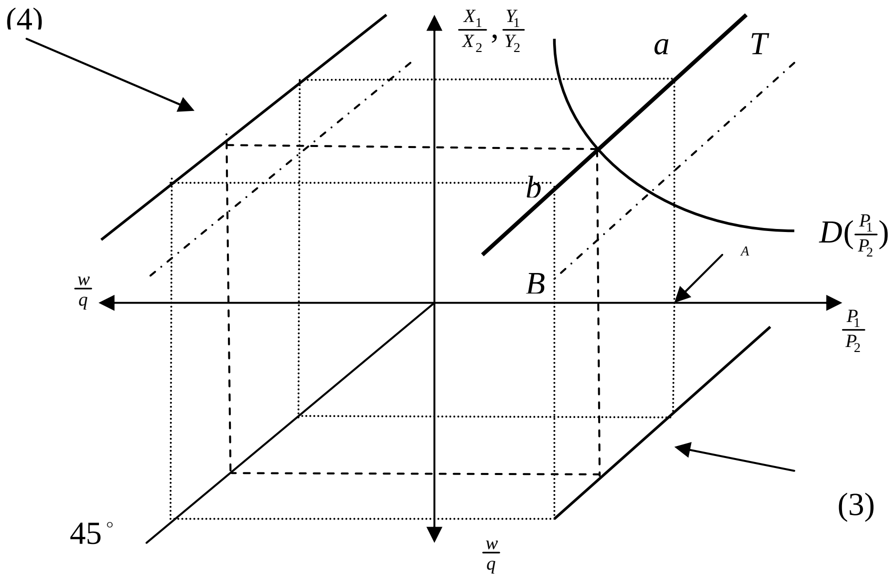
Likevektsbetingelsene i faktormarkedene innebærer med andre ord en fallende sammenheng mellom $\frac{Y_1}{Y_2}$ og $\frac{w}{q}$ som illustrert i figur 5. (Dersom vare 2 er kapitalintensiv, da vil vi ha en positiv sammenheng mellom relativ produktsammensetning og faktorprisforhold. Vis det!)



Figur 5

På bakgrunn av prislikningene (3) slik disse er presentert i figur 4, likevektsbetingelsene i faktormarkedene (4) slik de er presentert i figur 5 under den antakelse at vare 1 er overalt kapitalintensiv, kan vi nå utlede en slags *"tilbudssammenheng"* for denne økonomien; dvs. en sammenheng mellom $\frac{Y_1}{Y_2}$ og produktprisforholdet $\frac{P_1}{P_2}$. Dette gjør vi i en figur med fire kvadranter, der vi avtegner den relative etterspørselssammenhengen $\frac{X_1}{X_2} = D(\frac{P_1}{P_2})$ fra (10) i 1.kvadrant, prissammenhengene (3) fra figur 4 i 4.kvadrant, og likevektsbetingelsene i faktormarkedene (4) fra figur 5 i

2.kvadrant. I 3.kvadrant tegner vi bare en hjelpelinje som ”tilordner $\frac{w}{q}$ til seg selv” gjennom en 45°-linje. (Sammenhengene (3) og (4) er for enkelthets skyld tegnet som rette linjer. Retningen (fortegnet) på helningen til de to kurvene i hhv. 2. og 4. kvadrant, avhenger fullt og helt av antakelsen om at vare 1 er kapitalintensiv.)



Figur 6

Vi skal nå konstruere en ”tilbudssammenheng” i 1.kvadrant. Ta utgangspunkt i et produktprisforhold som svarer til punkt A. Til dette punktet svarer det et faktorprisforhold i 4.kvadrant (fra prislikningene), og via 3.kvadrant, finner vi da, i 2.kvadrant, den produktsammensetning som sikrer likevekt i de to faktormarkedene. Denne produktsammensetningen gir da et punkt i 1.kvadrant, merket *a*, som da blir et et punkt på ”tilbudskurven”. Dette punktet gir relativt tilbud ved det produktprisforholdet som svarer til A. Til et annet (lavere) produktprisforhold, kalt B, finner vi et annet punkt, *b* i 1.kvadrant og som også må ligge på ”tilbudskurven”. Når vi gjennomfører denne prosedyren for flere prisforhold, kan vi knytte alle punktene i 1.kvadrant sammen til en sammenhengende kurve, slik denne er tegnet som en stigende kurve i 1.kvadrant, merket "T".

Likevekten under autarki finner vi der etterspørselskurven skjærer den konstruerte tilbudskurven. Likevekt vil da være beskrevet ved et produktprisforhold, et faktorprisforhold og en produktsammensetning.

2-v) Komparative fortrinn og relativ faktorrikelighet

Vi skal nå knytte en viktig forbindelse mellom relativ faktorrikelighet i et land og komparativt fortrinn. Hvis et land har lavere relativ autarkipris på vare 1 (dvs. lavere $\frac{P_1}{P_2}$) enn andre land, da har dette landet et *komparativt fortrinn i produksjonen av vare 1.* Grunnen er at relativ autarkipris gjenspeiler realøkonomisk bytteforhold på marginen, marginal transformasjonsbrøk mellom de to varene eller samfunnsøkonomisk grensekostnad for en vare. Siden det landet som har lavest marginalkostnad for en vare produserer denne varen relativt mer effektivt enn hva andre land gjør, sier vi at et land har komparativt fortrinn i produksjonen av en vare (vare 1) dersom det antall enheter av andre varer (vare 2) landet må gi opp per enhets økning i produksjonen av vare 1 er lavere enn i andre land. Det kan være greit å vite *hvorfor* slike forskjeller kan oppstå. La oss betrakte to land som er like i alle henseender bortsett fra at det ene landet har relativt mer arbeidskraft; dvs. $\frac{L}{K}$ er størst her. Teknologier og preferanser er like. Hvordan vil forskjeller i relativ faktortilgang påvirke relativ autarkipris? I utgangspunktet handler ikke landene med hverandre. Pga. av relative ressursforskjeller, vil autarkiprisene bli forskjellige, og muligheten for gjensidig fordelaktig varebytte oppstår. (Situasjonen etter at varebytte er kommet i stand, er allerede beskrevet i første del av notatet.) Vi tenker oss at kun ferdigvarer kan bevege seg mellom land, uten transportkostnader, samtidig som produksjonsfaktorer er immobile mellom land, men mobile mellom sektorene innen et land. Anta at vare 1 fremdeles er kapitalintensiv og anta at landene vi ser på i utgangspunktet er helt like, også i relativ faktorrikelighet. (Da er autarkiprisforholdet likt mellom landene, og det er selvsagt ikke noen gevinster som kan høstes ved varebytte eller arbeidsdeling.) Så skjer det en isolert økning i arbeidsstyrken i ett av landene. Hva skjer med autarkiprisforholdet i dette landet? For å svare på dette spørsmålet, kan vi bruke Rybczynski-sammenhengen for å se hva som skjer med autarkilikevekten og hva som forårsaker endringer i de kurvene som ligger bak denne likevekten i figur 6. Vi vil vente at kun "tilbudskurven" blir påvirket av endringen i vårt lands arbeidsstyrke. Men hvordan?

Siden det finner sted en økning i arbeidsstyrken, vil produksjonen av vare 2 øke og produksjonen av vare 1 gå ned for uendret faktorprisforhold. Dermed for ethvert produktprisforhold, vil en økning i L føre til at $\frac{Y_1}{Y_2}$ går ned; dvs. tilbudskurven får et skift nedover i 1.kvadrant. Når L øker, vil likevektsbetingelsene i to faktormarkedene, angitt ved kurven i 2.kvadrant, bli påvirket. Med et større arbeidstilbud, vil en *gitt* produktsammensetning $\frac{Y_1}{Y_2}$, nå bare kunne opprettholde en likevekt i faktormarkedene til en *lavere* $\frac{w}{q}$. Kurven i 2.kvadrant vil også skifte nedover. (Se de stiplede kurvene i figur 6.)

Det viktigste for oss i denne omgang er å slå fast at en tilvekst i arbeidstilbudet fører til høyere relativ pris under autarki på den kapitalintensive varen eller lavere relativ pris på den arbeidsintensive varen i det landet vi ser på. For å få avsatt denne nye produktsammensetningen i ferdigvaremarkedene under autarki, må prisene justeres. For konstant produktprisforhold, vil vi få et tilbudsoverskudd av vare 2 og et etterspørselsoverskudd av vare 1, siden konsumsammensetningen er uendret med konstant prisforholdet. For å få etablert en ny likevekt der kun prisforholdet betyr noe for *relativ etterspørsel*, må $\frac{P_1}{P_2}$ i autarki øke.

Men det må bety følgende: Fra det utgangspunktet vi startet ut med, nemlig at landene var absolutt helt like, vil en økt tilvekst i arbeidstilbudet i ett av landene føre til høyere relativ autarkipris på vare 1. Dermed vil "utlandet" ha komparativt fortrinn i produksjonen av den kapitalintensive varen, mens vårt land vil ha komparativt fortrinn i den arbeidsintensive varen; dvs. den vare som bruker intensivt den produksjonsfaktor vårt land er relativt rikelig utstyrt med. Generelt har vi, med de forutsetninger vår modellskisse bygger på, følgende resultat: *Et land har komparativt fortrinn i produksjonen av den vare som bruker landets relativt rikelige produksjonsfaktor intensivt i produksjonen.*

Anta at "vårt land" er et lite land, som under autarki produserer vare 2 (den arbeidsintensive varen) relativt mer effektivt enn hva utlandet gjør. Hvis relativ pris på vare 1 på verdensmarkedet er som i utlandet (i figur 6), mens autarkiprisforholdet i vårt land er høyere, da vil vi, til verdensmarkedets prisforhold, ha at $\frac{X_1}{X_2} > \frac{Y_1}{Y_2}$ (relativt konsum av vare 1 større enn relativ produksjon). Dette er ensbetydende med at vårt land vil importere vare 1 og eksportere vare 2. Gitt at vårt land er en liten åpen økonomi, vil de øvrige virkningene følge direkte fra det vi har vist tidligere.

3. TO-SEKTOR-MODELLEN – OPPTAKT TIL EN DYNAMISK ANALYSE

Det modelloppsettet vi har presentert i foregående avsnitt kan, ganske uproblematisk, bringes over i en dynamisk versjon, der tiden selv inngår på en essensiell måte. Anta at vi har en lukket økonomi og at det på hvert tidspunkt er likevekt i markedene for de to ferdigvarene og de to produksjonsfaktorene. Anta i tillegg at det er en underliggende produktivitetsvekst i begge produksjonssektorer – "disembodied technical progress" – en produktivitetsvekst som kommer uavhengig av investeringer i nytt kapitalutstyr og som kommer som "manna fra himmelen", kort og godt som en følge av at vi lærer og kan produsere enhver mengde av alle varer med mindre faktorinnsats. Vi blir med andre ord rikere over tid; vår realinntekt vokser. Hvis det i tillegg også skjer en vekst (som vi ikke forklarer) i produksjonsressursene arbeidskraft og realkapital, vil vi på ethvert tidspunkt t kunne uttrykke alle variable i økonomien som funksjon av tiden t selv. Dermed kan vi studere tidsutviklingen, for eksempel i sysselsettingen i en sektor, og forsøke å finne ut hvilke faktorer som kan forklare hvorfor tjenesteytende næringer (tertiærnæringer) har tatt en voksende andel av sysselsettingen i et land som Norge? Hvilke forhold på produksjonssiden har betydd noe? Hva betyr etterspørselen, for eksempel gjennom det faktum (som er utelukket i modellen i foregående avsnitt) at inntektsvekst vil ha ulik virkning på etterspørselssammensetningen gjennom forskjeller i varenes inntektselastisiteter. Slike spørsmål er tema i notatet til Rødseth om "Næringsstruktur og Vekst".

TEKNISK APPENDIKS

Dette appendikset er ment som en støtte til hovedteksten. I appendiks A behandles en del tekniske forhold som bygger opp under analysen. De fleste av resultatene som behandles bør være kjent fra tidligere kurs i mikroøkonomi. De to resultatene i Appendiks A som er viktigst for hovedanalysen er 1) at kostnadsfunksjonen er lineær i produksjonen ved konstant skalautbytte (se avsnitt A5), 2) Shepards lemma som sier oss at de betingede etterspørselsfunksjonene finnes ved derivering av kostnadsfunksjonen (se avsnitt A2). Det gjøres bruk av resultatene i avsnitt A6 i de tidligere avsnittene, man kan derfor gjøre lurt i å lese dette avsnittet før man begynner på avsnitt A3.

Appendiks B gir en mer detaljert beskrivelse av likevekt enn det som gjøres i hovedteksten. Dette er ment som et supplement, og ikke alt som behandles er like essensielt for dette kurset.

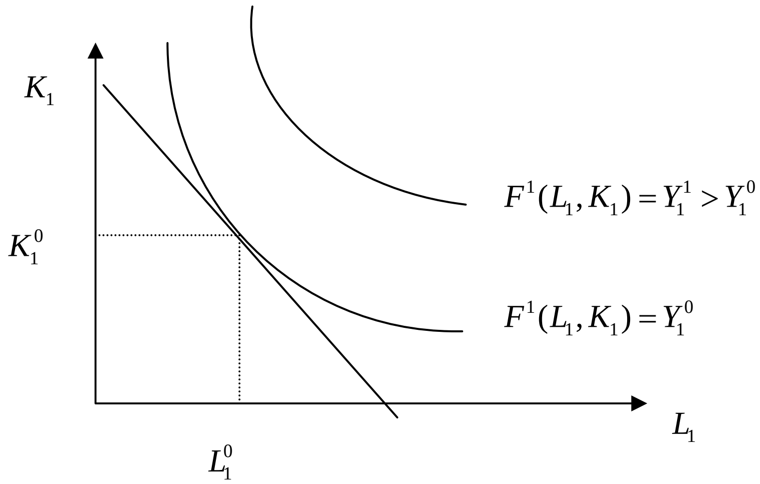
Appendiks A.

A1. Kostnadsminimering.

Det er ofte nyttig å se på en bedrifts tilpasning i lys av følgende kostnadsminimeringsproblem

$$\textit{Minimer } wL_1 + qK_1 \;\; \textit{gitt} \;\; Y_1^0 = F^1(K_1, L_1)$$

Det vil si, for gitte innsatsfaktorpriser q og w skal vi finne den kombinasjonen av innsatsfaktorene (K_1, L_1) som billigst mulig produserer kvantum Y_1^0. (Vi bruker samme notasjon som i hovedteksten. Vi ser her bare på tilpasningen til den representative bedriften i sektor 1. Resultatene oversetter seg direkte til sektor 2.) Vi antar at produktfunksjonen $F^1(K_1, L_1)$ tilfredsstiller standardantagelsen om at den har isokvanter som krummer mot origo, og at produksjonen stiger mot nord-øst slik som i Figur A-1.



Figur (A-1)

Lagrangefunksjonen tilordnet dette problemet er gitt som: $\Lambda(L_1,K_1,Y_1^0,\lambda)=wL_1+qK_1-\lambda\left[F^1(L_1,K_1)-Y_1^0\right]$, med λ som en positiv Lagrangemultiplikator. En indre løsning (det vil si en kostnadsminimerende faktorkombinasjon (L_1^0,K_1^0)) må oppfylle bibetingelsen $Y_1^0=F^1(L_1,K_1)$ der Y_1^0 er et gitt tall (gitt produksjonsnivå), samt de to førsteordensbetingelsene $\frac{\partial\Lambda(L_1^0,K_1^0,X_1^0,\lambda)}{\partial L_1}=w-\lambda\frac{\partial F^1(L_1^0,K_1^0)}{\partial L_1}=0$ og $\frac{\partial\Lambda(L_1^0,K_1^0,X_1^0,\lambda)}{\partial K_1}=q-\lambda\frac{\partial F^1(L_1^0,K_1^0)}{\partial K_1}=0$. Ved å eliminere multiplikatoren λ får vi at tilpasningen kan skrives:

$$(A-1)\quad\begin{cases} MTSB(L_1^0,K_1^0):=\dfrac{\frac{\partial F^1(L_1^0,K_1^0)}{\partial L_1}}{\frac{\partial F^1(L_1^0,K_1^0)}{\partial K_1}}=\dfrac{w}{q} \\ Y_1^0=F^1(L_1^0,K_1^0) \end{cases}$$

Den første betingelsen sier oss at den marginale tekniske substitusjonsbrøk (MTSB) må være lik faktorprisforholdet. Dette er den såkalte tangeringsbetingelsen som sier at (for en indre løsning) skal den gitte isokvanten i tilpasningspunktet tangere en isokostlinje. (I figuren over er en isokostlinje gitt ved den fallende rette linjen. For et gitt budsjett *B*, vil samlingen av alle faktorkombinasjoner hvis totale utlegg er lik dette budsjettet, være kjennetegnet ved $wL_1 + qK_1 = B$, med stigningstall $\frac{dK_1}{dL_1} = -\frac{w}{q}$.)

De to betingelsene i (A-1) gir oss derfor to likninger som vi i prinsippet kan bruke til å uttrykke faktorinnsatsene som funksjoner av faktorprisene (egentlig faktorprisforholdet) og av det gitte produksjonskravet. For gitt produktmengde og gitte priser, vil vi få bestemt et entydig kostnadsminimerende faktorpunkt, slik som (L_1^0, K_1^0) i Figur A1. Når den eksogent gitte produksjonen endres (tilpasningen er på en annen isokvant), eller når *faktorprisforholdet* endrer seg, vil betingelsene i (A-1) gi et nytt kostnadsminimerende faktorpunkt. Dermed leder de to betingelsene i (A-1), for en vilkårlig, gitt produksjon Y_1 av ferdigvaren, til *faktorfunksjonene* eller *de betingede faktoretterspørselsfunksjonene*. Betingingen er altså knyttet til et gitt kvantum av ferdigvaren, Y_1. Disse funksjonene kan vi skrive som $L_1(w,q,Y_1)$ og $K_1(w,q,Y_1)$.

A2. Kostnadsfunksjonen, Shepards lemma og dualitet.

Vi skal nå se på noen viktige egenskaper ved den såkalte kostnadsfunksjonen. Denne er definert ved

$$(A-2) \quad C_1(w,q,Y_1) = Min_{\{L_1,K_1\}} \left\{ wL_1 + qK_1 \middle| F^1(L_1,K_1) = Y_1 \right\}$$

det vil si som de minimale kostnadene man må ut med for å produsere Y_1 når prisene er q og w. Vi sier at kostnadsfunksjonen er verdifunksjonen til kostnadsminimeringsproblemet, det vil si den angir verdien på kostnadene (målfunksjonen) når disse er minimert. Over fant vi (L_1^0, K_1^0) som løsninga på kostnadsminimeringa når $Y_1 = Y_1^0$, det følger da at

$$C_1(w,q,Y_1^0) = wL_1^0 + qK_1^0$$

For en vilkårlig Y_1 kan vi sette inn de betingede faktoretterspørselsfunksjonene $L_1(w,q,Y_1)$ og $K_1(w,q,Y_1)$ i stedet for L_1^0 og K_1^0 og vi får derfor

$$(A-3) \quad C_1(w,q,Y_1) = wL_1(w,q,Y_1) + qK_1(w,q,Y_1)$$

Egenskaper ved kostnadsfunksjonen er helt sentrale i vår analyse av to-sektor modellen, så disse vil bli behandlet her.

Shephards lemma:

Hva er virkningen på kostnadsfunksjonen av en endring i faktorprisene? Ved å derivere kostnadsfunksjonen (A-3) med hensyn på lønna w får vi

$$(A-4) \quad \begin{aligned} \frac{\partial C_1(w,q,Y_1)}{\partial w} &= L_1(w,q,Y_1) + w\frac{\partial L_1(w,q,Y_1)}{\partial w} + q\frac{\partial K_1(w,q,Y_1)}{\partial w} \\ &= L_1(w,q,Y_1) + \lambda\left[\frac{\partial F^1}{\partial L_1}\frac{\partial L_1(w,q,Y_1)}{\partial w} + \frac{\partial F^1}{\partial K_1}\frac{\partial K_1(w,q,Y_1)}{\partial w}\right] = L_1(w,q,Y_1) \end{aligned}$$

Den andre likheten i (A-4) følger av førsteordensbetingelsene for kostnadsminimering vi fant over (λ er Lagrange-multiplikatoren). Den siste likheten grunngis med følgende resonnement: Siden Y_1 er gitt og uavhengig av faktorprisene har vi

$$\frac{\partial Y_1}{\partial w} = 0 = \frac{\partial F^1}{\partial L_1}\frac{\partial L_1}{\partial w} + \frac{\partial F^1}{\partial K_1}\frac{\partial K_1}{\partial w}.$$

slik at innholdet i klammeparentesen i (A-4) er lik null. Helt tilsvarende vil vi finne at $\frac{\partial C_1(w,q,Y_1)}{\partial q} = K_1(w,q,Y_1)$. Så vi kan oppsummere **Shephards lemma** som:

$$(A-5) \quad \frac{\partial C_1(w,q,Y_1)}{\partial w} = L_1(w,q,Y_1) \geq 0, \qquad \frac{\partial C_1(w,q,Y_1)}{\partial q} = K_1(w,q,Y_1) \geq 0$$

Det vil si at de deriverte av kostnadsfunksjonen med hensyn på faktorprisene er lik verdien til de respektive betingede faktoretterspørselsfunksjonene.

(Merk at Shepards lemma er et eksempel på en viktig egenskap ved såkalte verdifunksjoner, nemlig det mer generelle omhyllingsteoremet.)

Dualitet:

Shepards lemma sier oss to ting: 1) Kostnadene er ikke-avtagende i faktorprisene. 2) Vi kan finne de betingede etterspørselsfunksjonene ved å derivere kostnadsfunksjonen. Det første er langt fra overraskende. Så lenge vi bruker noe av den faktoren som er blitt dyrere, vil kostnaden helt sikkert gå opp. Det siste resultatet er mye mer interessant. I forrige avsnitt fant vi de betingede faktoretterspørselsfunksjonene ved å ta utgangspunkt i produktfunksjonen, løse kostnadsminimeringsproblemet, for deretter å finne de kostnadsminimerende faktorkombinasjonene. Shephards lemma gir oss nå en alternativ måte å gå fram på. Vi kan ta utgangspunkt i kostnadsfunksjonen og finne de betingede faktoretterspørselsfunksjonene ved å derivere med hensyn på de respektive faktorprisene. Så dersom vi kjenner kostnadsfunksjonen trenger vi ikke bry oss om produktfunksjonen i det hele tatt for å karakterisere bedriftenes tilpasning. Dette er et eksempel på en mer generell egenskap, nemlig at all den informasjonen som ligger i produktfunksjonen og som har økonomisk relevans vil vi også finne igjen i den tilhørende kostnadsfunksjonen. Dette kaller vi *dualitet*.

I analysen av tosektor modellen gjør vi utstrakt bruk av denne dualitetsegenskapen. Hele analysen tar utgangspunkt i kostnadsfunksjonen, mens vi aldri gjør bruk av produktfunksjonen for å beskrive likevekten. Dette gir en mye enklere analyse. Tanken om dualitet kan kanskje likevel virke noe fremmed. Vi brukte jo tross alt produktfunksjonen for å finne de betingede faktoretterspørselsfunksjonene, og først når vi hadde disse kunne vi bestemme kostnadsfunksjonen! Det er riktig at vi trenger å gå gjennom disse stegene for å finne den kostnadsfunksjonen som hører til en spesiell produktfunksjon. Men poenget med den duale tilnærmingen er at vi helt hopper over dette problemet. For vi er jo ikke interessert i den spesielle produktfunksjonen i seg selv. Vanligvis vil vi bare ha noen generelle ideer om hva som kvalitativt kjennetegner de tekniske forhold (slik som avtagende marginalprodukt, delvis substituerbare innsatsfaktorer, konstant skalautbytte for eksempel). Vi vil typisk bare fokusere på de forholdene som har økonomisk relevans. Disse ideene søker vi å bringe inn i analysen ved å anta at produktfunksjonen tilfredsstiller noen spesielle, men ganske svake antagelser om dens kvalitative form. Men basert på teoretisk analyse kan vi også se på hvordan ideene om de teknologiske forhold oversetter seg til bestemte kvalitative egenskaper ved kostnadsfunksjonen. Et viktig eksempel kommer i Appendiks 5 når vi viser at med konstant skalautbytte vil vi alltid ha en kostnadsfunksjon som er lineær i produsert kvantum. I stedet for å starte analysen med å sette opp antagelser for formen til produktfunksjonen (for eksempel konstant skalautbytte), og så bruke denne som analysens utgangspunkt, kan vi derfor i stedet sette opp som vårt utgangspunkt en kostnadsfunksjon som har egenskaper i overensstemmelse med de ideene vi har om de teknologiske forhold (slik som konstant skalutbytte).

A3. Egenskaper ved kostnadsfunksjonen.

La oss først se på noen egenskaper som er tilfredstilt av *alle* kostnadsfunksjoner. Disse egenskapene følger av kostnadsminimering alene, og har således ikke noe med de teknologiske forhold å gjøre.

$$(A-6)\qquad \begin{array}{ll} C_1(w,q,Y_1) & \text{er ikke-avtagende i } Y_1 \\ C_1(tw,tq,Y_1) = tC_1(w,q,Y_1) & \text{for alle } t>0 \\ C_1(w,q,Y_1) & \text{er konkav i } w \text{ og } q \end{array}$$

Den første egenskapen er åpenbar, det kan aldri være billigere å produsere et høyere kvantum. Den andre betingelsen er nesten like åpenbar. Vi ser lett at

$$C_1(tw,tq,Y_1) = Min_{\{L_1,K_1\}} \left\{ twL_1 + tqK_1 \middle| F^1(L_1,K_1) = Y_1 \right\} = Min_{\{L_1,K_1\}} \left\{ t(wL_1 + qK_1) \middle| F^1(L_1,K_1) = Y_1 \right\}$$
$$= t \cdot Min_{\{L_1,K_1\}} \left\{ wL_1 + qK_1 \middle| F^1(L_1,K_1) = Y_1 \right\} = tC_1(w,q,Y_1)$$

Vi har altså at en proporsjonal endring av innsatsfaktorprisene gir en økning i kostnadsfunksjonen med samme proporsjonalitetsfaktor. Vi omtaler ofte dette som at kostnadsfunksjonen er homogen av grad 1 i innsatsfaktorprisene (se avsnitt A6).

Den siste egenskapen i (A-6) kan virke litt mer mystisk. At $C_1(w,q,Y_1)$ er konkav i w og q betyr at

$$(A-7) \qquad C_1(\lambda w' + (1-\lambda)w'', \lambda q' + (1-\lambda)q'', Y_1) \geq \lambda C_1(w', q', Y_1) + (1-\lambda)C_1(w'', q'', Y_1)$$

for alle $0 < \lambda < 1$. Hvorfor? Siden kostnadsfunksjonen er definert ved at kostnadene er minimert må vi ha

$$(A-8) \qquad C_1(w', q', Y_1) \leq w' L_1 + q' K_1 \text{ og } C_1(w'', q'', Y_1) \leq w'' L_1 + q'' K_1$$

for vilkårlig valgt L_1 og K_1.

Definer prisene $w''' = \lambda w' + (1-\lambda)w''$ og $q''' = \lambda q' + (1-\lambda)q''$. Merk at prisparet (w''', q''') er et veid gjennomsnitt av prisparene (w', q') og (w'', q'') (Med $\lambda = 0.5$ er det et vanlig gjennomsnitt). La L_1''' og K_1''' betegne de verdiene på L_1 og K_1 som er kostnadsminimerende for prisene (w''', q'''). Da er

$$C_1(w''', q''', Y_1) = w''' L_1''' + q''' K_1''' = (\lambda w' + (1-\lambda)w'')L_1''' + (\lambda q' + (1-\lambda)q'')K_1'''$$
$$= \lambda(w' L_1''' + q' K_1''') + (1-\lambda)(w'' L_1''' + q'' K_1''')$$

Dette uttrykker at kostnadene ved å produsere Y_1 når vi står overfor gjennomsnittsprisene (w''', q''') er de same som gjennomsnittet av de kostnadene vi ville hatt om vi, med samme faktorbruk L_1''' og K_1''', produserte Y_1 når vi sto overfor henholdsvis prisene (w', q') og (w'', q'') (dette følger ene og alene fra at kostnadene er lineære i prisene). Vi kan altså i gjennomsnitt gjøre det like bra når vi står overfor henholdsvis (w', q') og (w'', q'') bare ved å gjøre det samme som før. Men generelt vil vi kunne gjøre det bedre i begge disse situasjonene, for $L_1^{'''}$ og $K_1^{'''}$ er ikke lenger nødvendigvis optimale. Vi kan altså utnytte eventuelle substitusjonsmuligheter til å tilpasse oss mer fornuftig til henholdsvis (w',q') og (w'',q''). For å se dette formelt, kan vi bruke (A-8) som leder til

$$\lambda(w'L_1^{'''}+q'K_1^{'''})+(1-\lambda)(w''L_1^{'''}+q''K_1^{'''})\geq\lambda C_1(w',q',Y_1)+(1-\lambda)C_1(w'',q'',Y_1)$$

Dermed har vi bevist (A-7), og at kostnadsfunksjonen er konkav i *w* og *q*.

Vi kan aldri ha streng konkavitet, altså at ulikheten i (A-7) gjelder strengt for alle prispar. For å se dette er det nok å betrakte situasjonen hvor prisene er proporsjonale, dvs $(w'',q'')=(kw',kq')$. Men vi kan ha at kostnadsfunksjonen er strengt konkav i en og en pris. Generelt vil dette være tilfellet dersom vi har en indre løsning og noen grad av substitusjonsmuligheter.

A4. Egenskaper ved betingete etterspørselsfunksjoner.

Shephards lemma forteller oss hvordan de betingete etterspørselsfunksjonene forholder seg til kostnadsfunksjonen. Basert på denne sammenhengen kan vi oversette egenskapene ved kostnadsfunksjonen til tilhørende egenskaper ved de betingete etterspørselsfunksjonene.

Homogenitet:

Det følger av Eulers setning om homogene funksjoner (se avsnitt A6) at siden kostnadsfunksjonen er homogen av grad 1, vil dens deriverte være homogene av grad 0. Det vil si

$$(A-9)\qquad \frac{\partial C_1(tw,tq,Y_1)}{\partial(tw)}=\frac{\partial C_1(w,q,Y_1)}{\partial w}\ .$$

og tilsvarende for *q*. Dette innebærer at den deriverte som funksjon er uavhengig av proporsjonalitetsfaktoren *t*, og dermed er selvsagt også de høyere ordens deriverte er homogene av grad 0. Ved Shepards lemma vet vi at de deriverte av kostnadsfunksjonen med hensyn på innsatsfaktorprisene er lik de betingede faktoretterspørselsfunksjonene. Dermed må også de betingede faktoretterspørselsfunksjonene være homogene av grad 0. Vi har altså

$$(A-10) \qquad L_1(tw,tq,Y_1) = L_1(w,q,Y_1) \text{ og } K_1(tw,tq,Y_1) = K_1(w,q,Y_1)$$

eller med andre ord at faktoretterspørselen er upåvirket av proporsjonale endringer i faktorprisene. Dette bør ikke være overraskende, vi husker fra løsningen av kostnadsminimeringsproblemet at det er de *relative* faktorprisene (helningen til isokost-linja) som bestemmer tilpasningen. (Tenk på følgende eksempel: det bør være likegyldig for tilpasningen om vi måler alle priser i kroner eller øre. Dette tilsvarer $t = 100$.)

Effekt av prisendringer:

At kostnadsfunksjonen er konkav innebærer

$$(A-11) \qquad \frac{\partial^2 C_1(w,q,Y_1)}{\partial w^2} = \frac{\partial L_1(w,q,Y_1)}{\partial w} \leq 0$$

Dersom det finnes rom for substitusjon mellom innsatsfaktorene vil ulikheten være streng, hvilket betyr at kostnaden ikke er lineær i lønna. Jo lettere bedriften kan erstatte den dyrere faktoren med den relativt billigere, jo større er tallverdien av (A-11). Om det ikke skulle være noen substitusjonsmuligheter, vil vi ha likhet i (A-11), og hele økningen i w slår ut i økte kostnader.

Effekten på $L_1(w,q,Y_1)$ av en endring i q kan vi finne ved først å derivere begge sider i (A-9) med hensyn på *t*. Dette gir

$$(A-12) \qquad \frac{\partial^2 C_1(tw,tq,Y_1)}{\partial (tw)^2}\cdot\frac{d(tw)}{dt} + \frac{\partial^2 C_1(tw,tq,Y_1)}{\partial (tw)\partial (tq)}\cdot\frac{d(tq)}{dt} = \frac{\partial^2 C_1(tw,tq,Y_1)}{\partial (tw)^2}\cdot w + \frac{\partial^2 C_1(tw,tq,Y_1)}{\partial (tw)\partial (tq)}\cdot q$$
$$= \frac{\partial^2 C_1(w,q,Y_1)}{\partial w^2}\cdot w + \frac{\partial^2 C_1(w,q,Y_1)}{\partial w \partial q}\cdot q = 0$$

Først har vi derivert venstresiden i (A-9) med hensyn på *t*. Det andre likhetstegnet følger av at de deriverte er homogene av grad 0. Det siste likhetstegnet følger ved at vi setter den deriverte av venstresiden i (A-9) lik den deriverte av høyresiden, som jo er null fordi den er uavhengig av *t*.

Oppsummert har vi

$$(A-13)\qquad \frac{\partial^2 C_1(w,q,Y_1)}{\partial w^2}\cdot w + \frac{\partial^2 C_1(w,q,Y_1)}{\partial w \partial q}\cdot q = 0$$

Med indre løsning og med visse (men dog ikke perfekte) substitusjonsmuligheter, må vi derfor ha

$$(A-14)\qquad \frac{\partial^2 C_1(w,q,Y_1)}{\partial w \partial q} = \frac{\partial}{\partial q}\frac{\partial C_1(w,q,Y_1)}{\partial w} = \frac{\partial L_1(w,q,Y_1)}{\partial q} > 0\,.$$

A5. Kostnadsfunksjonen ved konstant skalautbytte.

Vi skal nå vise at kostnadsfunksjonen er lineær i produksjonen ved konstant skalautbytte. I dette tilfellet kan vi altså skrive kostnadsfunksjonen som

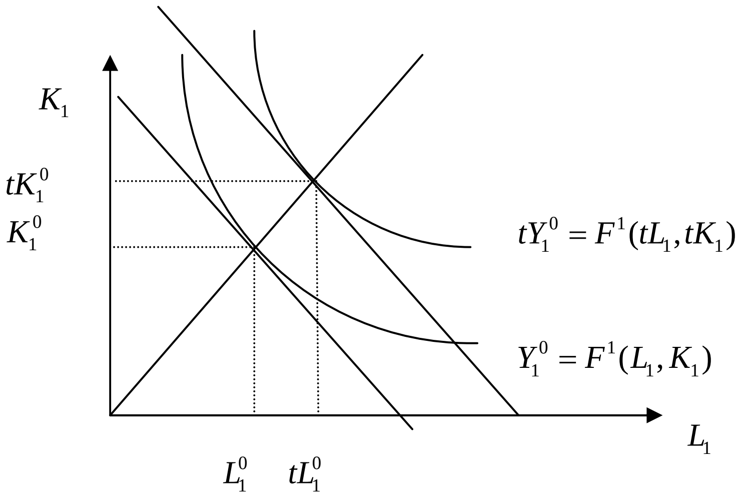
$$(A-15)\qquad C_1(w,q,Y_1) = c_1(w,q)\cdot Y_1$$

der $c_1(w,q)$ er enhetskostnaden, det vil si hvor mye det koster å produsere hver enhet av Y_1 (når hele veien K_1 og L_1 er valgt optimalt).

Hvis vi har konstant skalautbytte har vi følgende egenskap ved produktfunksjonen:

$$(A-16)\qquad F^1(tL_1, tK_1) = tF^1(L_1, K_1)\ \text{ for }\ t > 0$$

Dette betyr at en *proporsjonal* økning i faktormengdene, fører til en like stor økning i produktmengden. Vi sier at produktfunksjonen er homogen av grad 1 i innsatsfaktorene (se avsnitt A6). Når vi begever oss langs en faktorstråle (langs hvilken vi har et gitt faktorforhold), vil isokvanten for $Y_1^0 = F^1(L_1, K_1)$ og den for $tY_1^0 = F^1(tL_1, tK_1) = tF^1(L_1, K_1)$ ligge i samme avstand fra hverandre uansett langs hvilken faktorståle vi beveger oss, slik vi har illustrert det i figur A-2.



Figur A-2

Men hvorfor er kostnadsfunksjonen lineær i produksjonen ved konstant skalautbytte? La $k_1(w,q) := K_1(w,q,1)$ og $l_1(w,q) := L_1(w,q,1)$ være den optimale bruken av innsatsfaktorene for å produsere $Y_1 = 1$ billigst mulig. Det følger da at $c_1(w,q) = w \cdot l_1(w,q) + q \cdot k_1(w,q)$. Siden bruk av l_1 og k_1 må gi oss en enhet av Y_1, må vi ha $F(l_1, k_1) = 1$. Med da må vi ha

$$F^1(Y_1^0 l_1, Y_1^0{}_1 k_1) = Y_1^0 F^1(l_1, k_1) = Y_1^0 \cdot 1 = Y_1^0$$

for en vilkårlig valgt Y_1^0 (sett $t = Y_1^0$, $K_1 = k_1$ og $K_1 = k_1$ i (A-16)). Vi kan altså produsere Y_1^0 ved å bruke innsatsfaktorene $K_1 = k_1 Y_1^0$ og $L_1 = l_1 Y_1^0$. Det bør være greit å se at dette vil koste $w \cdot l_1 Y_1^0 + q \cdot k_1 Y_1^0 = (w \cdot l_1 + q \cdot k_1) Y_1^0 = c_1(w,q) \cdot Y_1^0$. Vi kan ikke gjøre det dårligere enn dette, så

$$(A-17) \qquad C_1(w,q,Y_1^0) \leq c_1(w,q)\cdot Y_1^0 .$$

Men kan vi gjøre det bedre (det vil si produsere billigere, slik at ulikheten er streng)? Svaret er nei, og kan vises som følger. La K_1^0 og L_1^0 være den optimale bruken av innsatsfaktorene for å produsere Y_1^0 billigst mulig. Dersom vi nå nedskalerer bruken av begge innsatsfaktorene med en felles faktor $t = \frac{1}{Y_1^0}$ følger det fra (A-16) at

$$F^1\left(\frac{1}{Y_1^0}L_1^0, \frac{1}{Y_1^0}K_1^0\right) = \frac{1}{Y_1^0}F^1(L_1^0, K_1^0) = \frac{1}{Y_1^0}\cdot Y_1^0 = 1$$

dvs at produksjonen er 1. Kostnadene ved å produsere på denne måten er

$$w\cdot L_1^0\frac{1}{Y_1^0} + q\cdot K_1^0\frac{1}{Y_1^0} = (w\cdot L_1^0 + q\cdot K_1^0)\frac{1}{Y_1^0} = C_1(w,q,Y_1^0)\cdot\frac{1}{Y_1^0}$$

Dersom vi hadde streng ulikhet i (A-17) ville vi da ha at kostnadene ved å produsere $Y_1 = 1$ ved bruk av $L_1 = \frac{L_1^0}{Y_1^0}$ og $K_1 = \frac{K_1^0}{Y_1^0}$ ville da være mindre enn $c_1(w,q)$, noe som ikke kan forekomme siden kostnadene ved å produsere 1 enhet aldri kan være mindre enn $c_1(w,q)$. Følgelig må vi ha likhet i (A-17). Merk at dette resonnementet også gir oss at $L_1^0 = l_1\cdot Y_1^0$ og $K_1^0 = k_1\cdot Y_1^0$, så også den optimale faktorbruken er lineær i Y_1^0.

Intuisjonen i dette resultatet er som følger: Betrakt en vilkårlig faktorinnsats som gir oss en enhet av vare 1. La c_1 være kostnadene ved å produsere en enhet på denne måten. Om vi skal produsere to enheter *kan* vi gjøre dette til kostnad $2\cdot c_1$ ved å bruke dobbelt så mye av hver produksjonsfaktor som hva vi gjorde om vi bare skulle produsere én enhet av ferdigvaren. Derfor: dersom $c_1(w,q)$ er det minimale faktorutlegget om vi skal produsere én enhet, vil $2c_1(w,q)$ være det laveste faktorutlegget vi kan produsere to enheter til.

At vi aldri vil ønske å endre det kostnadsminimerende faktor*forholdet* ser vi også av Figur A-2 over. Når vi har konstant skalautbytte, vil helningen til isokvantene være konstante langs en faktorstråle. Så når faktorprisforholdet gir oss tangering for et bestemt nivå på produksjonen, vil det være klart at vi for et annet produksjonsnivå også må finne tangeringspunktet langs denne faktorstrålen. Men dette betyr at substitumalen (de optimale faktorkombinasjonene for forskjellige prisforhold) er en rett linje gjennom origo, slik du finner det i figuren over. Med konstant skalautbytte vil derfor det kostnadsminimerende faktorforholdet være en funksjon bare av faktorprisforholdet; dvs. $\frac{K_1^0}{L_1^0} = \phi(\frac{w}{q})$.

Oppsumering: Konsekvenser av konstant skalautbytte.

Vi kan nå oppsummere de vikigste konsekvensene av konstant skalautbytte:

$$
\begin{aligned}
&F^1(tL_1, tK_1) = tF^1(L_1, K_1) \quad \text{for} \quad t > 0 \\
&C_1(w,q,Y_1) = c_1(w,q)\cdot Y_1 \\
&L_1(w,q,Y_1) = l_1(w,q)\cdot Y_1, \qquad K_1(w,q,Y_1) = k_1(w,q)\cdot Y \\
&\frac{K_1}{L_1} = \phi(\frac{w}{q}), \qquad \text{for alle } Y_1
\end{aligned}
$$

A6. Homogene funksjoner. Eulers setning.

Homogene funksjoner:

En funksjon $F(X,Y)$ sies å være homogen av grad n dersom

$$(A-18) \qquad F(tX,tY) = t^n \cdot F(X,Y)$$

for alle $t > 0$. Av interesse for oss er først og fremst funksjoner som er homogene av grad 1, dvs:

$$(A-19) \qquad F(tX,tY) = t \cdot F(X,Y)$$

og funksjoner som er homogene av grad 0, dvs:

$$(A-20) \qquad F(tX,tY) = F(X,Y).$$

Eulers setning om homogene funksjoner:

Homogenitetsegenskapene til $F(X,Y)$ har konsekvenser også for de deriverte av funksjonen. Spesielt følger det at dersom $F(X,Y)$ er homogen av grad 1 er de deriverte homogene av grad 0. For å se dette deriverer vi begge sider av (A-19) mhp. X (Du kan selv utlede et tilsvarende resultat om du deriverer mhp. Y.)

Vi får da

$$\frac{\partial F(tX,tY)}{\partial(tX)} \cdot \frac{\partial(tX)}{\partial X} = \frac{\partial F(tX,tY)}{\partial(tX)} \cdot t = t \cdot \frac{\partial F(X,Y)}{\partial X}$$

der første likhet følger direkte ved å bruke kjerneregelen, mens andre likhet følger ved å sette den deriverte av venstre siden av (A-19) lik den deriverte av høyresiden i (A-19). Dermed har vi vist at

$$(A-21) \qquad \frac{\partial F(tX,tY)}{\partial(tX)} = \frac{\partial F(X,Y)}{\partial X}$$

det vil si at den deriverte av $F(X,Y)$ er en funksjon som er homogen av grad 0.

Et annet interessant resultat følger dersom vi deriverer (A-19) mhp t. Ved bruk av kjerneregelen blir den deriverte av venstresiden:

$$\frac{\partial F(tX,tY)}{\partial(tX)} \cdot \frac{d(tX)}{dt} + \frac{\partial F(tX,tY)}{\partial(tY)} \cdot \frac{d(tY)}{dt} = \frac{\partial F(tX,tY)}{\partial(tX)} \cdot X + \frac{\partial F(tX,tY)}{\partial(tY)} \cdot Y$$

Dersom vi så bruker (A-21) og setter det hele likt med den deriverte av høyresiden (som blir $F(X,Y)$), får vi

$$(A-22) \qquad \frac{\partial F(X,Y)}{\partial X} \cdot X + \frac{\partial F(X,Y)}{\partial Y} \cdot Y = F(X,Y)$$

Dette sier oss at for funksjoner som er homogene av grad 1, er summen av de partiellderiverte vektet med verdien av det tilhørende argumentet lik verdien på funksjonen. (Oppgave: Hva innebærer (A-22) for renprofitten i en frikonkurranselikevekt?)

I hovedanalysen gjør vi bruk av dette resultatet en gang. Fra (A-6) vet vi at kostnadsfunksjonen er homogen av grad 1. I dette spesialtilfellet oversetter derfor (A-22) seg til

$$(A-23) \qquad \frac{\partial C_1(w,q,Y_1)}{\partial w}\cdot w+\frac{\partial C_1(w,q,Y_1)}{\partial q}\cdot q=C_1(w,q,Y_1)$$

A7. Teknisk komplementaritet.

Vi sier at de to innsatsfaktorene K_1 og L_1 er *teknisk komplementære* dersom

$$(A-24) \qquad \frac{\partial^2 F^1(L_1,K_1)}{\partial L_1\partial K_1}>0$$

At den kryssderiverte er positiv innebærer at grenseproduktiviteten av en faktor får et positivt skift om innsatsen av den andre faktoren øker.

Vi skal nå vise at teknisk komplementaritet følger av at $F^1(L_1,K_1)$ har konstant skalutbytte og avtagende marginalavkastning. Funksjonen $F^1(L_1,K_1)$ er altså homogen av grad 1, så fra resultatet i (A-21) følger det at

$$(A-25) \qquad \frac{\partial F^1(tK_1,tL_1)}{\partial(tK_1)}=\frac{\partial F^1(K_1,L_1)}{\partial K_1}$$

Den deriverte av venstre siden av (A-25) mhp. t er:

$$\frac{\partial^2 F^1(tL_1,tK_1)}{\partial(tL_1)^2}\cdot\frac{\partial(tL_1)}{\partial t}+\frac{\partial^2 F^1(tL_1,tK_1)}{\partial(tL_1)\partial(tK_1)}\cdot\frac{\partial(tK_1)}{\partial t}$$

Høyresiden i (A-25) er uavhengig av *t, så den* deriverte mhp. *t* må her være lik null. Derfor må vi ha

$$(A-26) \qquad \frac{\partial^2 F^1(L_1,K_1)}{\partial L_1^2}\cdot L_1+\frac{\partial^2 F^1(L_1,K_1)}{\partial L_1\partial K_1}\cdot K_1=0$$

Her har vi på venstresiden benyttet oss av at de deriverte er homogen av grad 0. Det følger da at om arbeidskraftens grenseproduktivitet er strengt avtakende i faktoren selv; dvs. at $\frac{\partial^2 F^1}{\partial L_1^2}<0$, da må $\frac{\partial^2 F^1}{\partial L_1\partial K_1}>0$ for at likheten kan være oppfylt. Dermed må innsatsfaktorene være teknisk komplementære. Merk at dette resultatet bare gjelder i tofaktor tilfellet, med flere innsatsfaktorer blir sammenhengene mer kompliserte.

Appendiks B. Produksjonsmulighetene

Ta nå utgangspunkt i følgende delmodell som omhandler kun produksjonssiden:

$$(B-1) \quad K_1 + K_2 = K$$

$$(B-2) \quad L_1 + L_2 = L$$

$$(B-3) \quad Y_1 = F^1(L_1, K_1)$$

$$(B-4) \quad Y_2 = F^2(L_2, K_2)$$

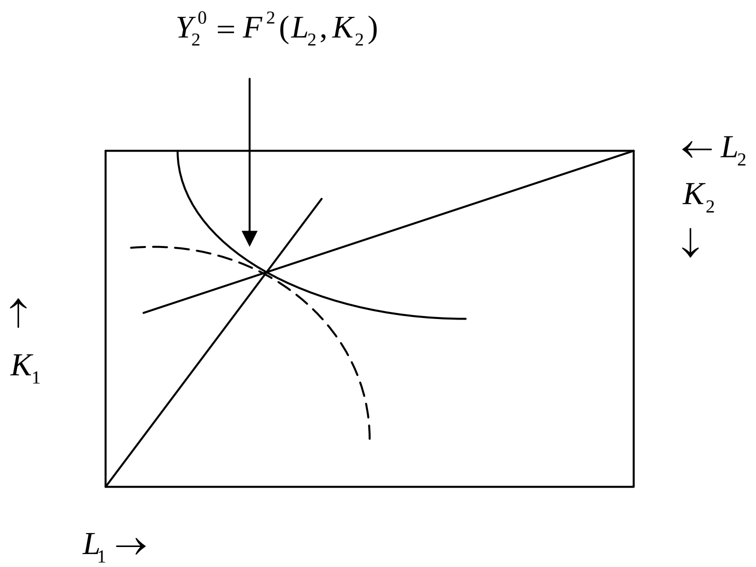
Vi har her fire betingelser mellom 6 variable: $(L_1, L_2, K_1, K_2, Y_1, Y_2)$; dermed har vi færre betingelser enn ukjente, slik at vi har frihetsgrader, to i alt. Vi ønsker nå svar på følgende spørmål:

Hva kjennetegner en tillatt allokering som er slik at vi ikke kan få mer av én vare uten at vi må redusere produksjonen av en annen?

Siden vi må forholde oss til det faktum at alternative aktiviteter konkurrerer om knappe produksjonsressurser, synes det åpenbart at vi bør innrette oss slik at vi anvender de knappe produksjonsressursene på den måten at vi får størst mulig produktmengde av en av varene, for *gitt* mengde av den andre varen. Så lenge vi, gjennom omfordeling av de to produksjonsfaktorene, kan øke produksjonen av en vare *uten* å redusere produksjonen av den andre, kan vi ikke ha innrettet oss særlig fornuftig i utgangspunktet.

Vi kan antyde hvordan løsningen på dette problemet kan illustreres i en *bytteboks*, der bredden angir den samlede tilgangen av arbeidskraft og høyden tilgangen på realkapital. Sektor 1 plasseres i nedre venstre hjørne, mens sektor

2 plasseres i øvre høyre hjørne. Pilene angir hvordan bruken av hver produksjonsfaktor konkurrerer med bruken av samme faktor i alternative anvendelser. Bruk nå at sektor 1 er overalt kapitalintensiv, samtidig som vi låser fast produktmengden i sektor 2, gjennom å tegne inn en gitt isokvant for sektor 2. (Dette valget er vilkårlig; gitt ved den stiplede isokvanten for sektor 2.) Innføring av produksjonskravet i sektor 2 svarer til at én av de to frihetsgradene vi har, blir eliminert. Men vi har ytterligere én frihetsgrad som gir oss – dvs. en samfunnsplanlegger – et handlingsrom. Størst mulig mengde av ferdigvare 1, oppnås nå ved at produksjonsfaktorene fordeles slik at en isokvant for bedrift 1 tangerer isokvanten svarende til det gitte produksjonskravet for bedrift 2; se den heltrukne isokvanten i figur (B-1).



Figur (B-1)

Et hvilket som helst annet punkt enn tangeringspunktet på isokvanten til sektor 2 vil gi lavere produktmengde i sektor 1. Hva kjennetegner da maksimal produktmengde i sektor 1, gitt det bestemte produksjonskravet i sektor 2? For gitt produksjon av vare 2 slik som antydet over, får vi maksimal produksjon av vare 1 i tangeringspunktet i figuren. Så lenge vi er bundet til å holde oss på isokvanten $Y_2^0 = F^2(L_2, K_2)$, vil enhver allokering utenfor tangeringspunktet gi lavere produksjon av vare 1 enn hva vi maksimalt kan oppnå.

Denne allokeringen kan vi nå finne ved å løse følgende maksimeringsproblem under bibetingelser:

$$Maksimer\ F^1(L_1, K_1)\ \ gitt\ \begin{cases} K_1 + K_2 = K \\ L_1 + L_2 = L \\ Y_2^0 = F^2(L_2, K_2) \end{cases}$$

Vi kan nå benytte Lagranges metode. Dann Lagrangefunksjonen H med (μ, λ, γ) som Lagrangemultiplikatorer tilordnet de tre bibetingelsene,

$$H(L_1, L_2, K_1, K_2) = F^1(L_1, K_1) - \mu\left[Y_2^0 - F^2(L_2, K_2)\right] - \gamma(L_1 + L_2 - L) - \lambda(K_1 + K_2 - K)$$

Løsningen må oppfylle følgende betingelser:

$$(B-5)\quad \frac{\partial H}{\partial L_1} = \frac{\partial F^1}{\partial L_1} - \gamma = 0$$

$$(B-6)\quad \frac{\partial H}{\partial L_2} = \mu\frac{\partial F^2}{\partial L_2} - \gamma = 0$$

$$(B-7)\quad \frac{\partial H}{\partial K_1} = \frac{\partial F^1}{\partial K_1} - \lambda = 0$$

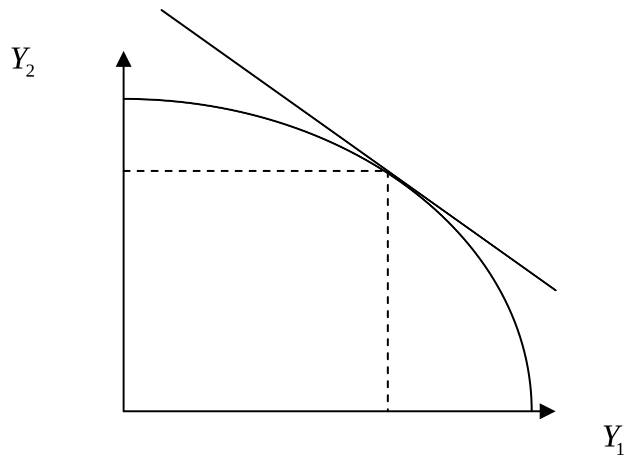
$$(B-8)\quad \frac{\partial H}{\partial K_2} = \mu\frac{\partial F^2}{\partial K_2} - \lambda = 0$$

fra hvilke vi finner tangeringsbetingelsen eller den siste betingelsen som leder til en entydig produksjonsfordeling (for gitt Y_2^0):

$$(B-9) \qquad MTSB^1(L_1^*,K_1^*) := \frac{\dfrac{\partial F^1(L_1^*,K_1^*)}{\partial L_1}}{\dfrac{\partial F^1(L_1^*,K_1^*)}{\partial K_1}} = \frac{\dfrac{\partial F^2(L_2^*,K_2^*)}{\partial L_2}}{\dfrac{\partial F^2(L_2^*,K_2^*)}{\partial K_2}} := MTSB^2(L_2^*,K_2^*)$$

der vi bruker definisjonen av *marginal teknisk substitusjonsbrøk* som viser hvor mange enheter realkapital som kan frigjøres per enhets økning i arbeidsinnsatsen, for gitt produksjon av ferdigvaren.

Nå vil (B-1) – (B-4) & (B-9) fastlegge fordelingen av produksjonsressursene, samt den maksimerte verdien på Y_1, når $Y_2 = Y_2^0$. For et høyere produksjonskrav i sektor 2, vil produksjonseffektivitet oppnås i et annet tangeringspunkt. Dette betyr: For et gitt nivå på produksjonen i sektor 2, vil de nevnte fem betingelsene entydig fastlegge $\{L_1, K_1, L_2, K_2, Y_1\}$ slik at Y_1 blir så stor som mulig. La den maksimale produktmengden av vare 1, gitt at $Y_2 = Y_2^0$, være bestemt av løsningen over og som vi på en kompakt måte kan skrive som: $Y_1^0 = t(Y_2^0; L, K) \Leftrightarrow Y_1^0 - t(Y_2^0; L, K) := T(Y_1^0, Y_2^0; L, K) = 0$. Denne sammenhengen er illustrert i figuren under og viser samlingen av alle tangeringspunkter i bytteboksen om vi varierer produksjonskravet i sektor 2. Det er denne sammenhengen vi kaller transformasjonsfunksjonen eller produksjonsmulighetskurven for denne økonomien, med gitte produksjonsressurser og gitte produksjonsteknologier.



Figur (B-2)

Jo høyere produksjonskrav vi har for vare 2, jo lavere blir maksimal produksjon av vare 1. For enhver vilkårlig mengde av en av varene (vare 2), vil vi få maksimal produksjon av den andre varen (vare 1), når de gitte produksjonsressursene fordeles mellom de to bransjene slik at (B-9) er oppfylt, hvilket gir oss et punkt på randa av produksjonsmulighetsområdet i figur (B-2).

Tallverdien av stigningstallet til tangenten i et punkt på produksjonsmulighetskurven har en interessant tolkning, nemlig som marginal alternativkostnad, grensekostnad eller det realøkonomiske bytteforholdet på produksjonssiden, og som vi betegner *den marginale transformasjonsbrøk; forkortet MTB*. Langs kurven vil vi nå få et svar på følgende: Hvor mange enheter må vi gi opp i produksjonen av vare 2 om vi øker produksjonen av vare 1 marginalt, med dY_1? Fra transformasjonsfunksjonen finner vi at:

$$(B-10) \qquad MTB(Y_1,Y_2) := \frac{-dY_2}{dY_1} = \frac{\frac{\partial T}{\partial Y_1}}{\frac{\partial T}{\partial Y_2}}$$

som med antakelsen som ligger bak den måten denne er tegnet på ("krummet fra origo"), innebærer at $MTB(Y_1,Y_2)$, som *er den samfunnsøkonomiske grensekostnaden i produksjonen av vare 1 (målt i enheter av vare 2) er strengt voksende i* X_1. (Fra et lavt (høyt) nivå på produksjonen av vare 1, vil en marginal økning i produksjonen av vare 1, innebære en liten (stor) reduksjon i produksjonen av vare 2; mao. den samfunns- eller realøkonomiske grensekostnaden for vare 1 er selv en stigende funksjon av Y_1.)

Vi skal nå vise at den marginale transformasjonsbrøk mellom vare 2 og vare 1, kan uttrykkes på følgende måte:

$$(B-10)' \qquad MTB(Y_1,Y_2) := \frac{-dY_2}{dY_1} = \frac{\frac{\partial F^2}{\partial K_2}}{\frac{\partial F^1}{\partial K_1}} = \frac{\frac{\partial F^2}{\partial L_2}}{\frac{\partial F^1}{\partial L_1}}$$

der $\frac{\frac{\partial F^2}{\partial K_2}}{\frac{\partial F^1}{\partial K_1}}$ $(hhv. \frac{\frac{\partial F^2}{\partial L_2}}{\frac{\partial F^1}{\partial L_1}})$ angir den marginale transformasjonsbrøk mellom vare 2 og vare 1 med hensyn på realkapital; hhv. arbeidskraft. Den siste likheten i (B-10)' følger direkte fra likhet mellom de to bedriftenes *MTSB* for en produksjonseffektiv allokering, der det koster like mye i form av redusert tilgang på vare 2 om økningen i produksjonen av vare 1 skjer gjennom en liten økning i kapitalinnsatsen eller i arbeidsinnsatsen i bedrift 1.

Med gitte tilganger av samlet arbeidskraft og realkapital, har vi at følgende må være oppfylt ved små endringer i de to produktmengdene:

$$(B-1)' \qquad dK_1 + dK_2 = 0$$

$$(B-2)' \qquad dL_1 + dL_2 = 0$$

$$(B-3)' \qquad dY_1 = \frac{\partial F^1}{\partial L_1} dL_1 + \frac{\partial F^1}{\partial K_1} dK_1$$

$$(B-4)' \qquad dY_2 = \frac{\partial F^2}{\partial L_2} dL_2 + \frac{\partial F^2}{\partial K_2} dK_2$$

Bruker vi nå (B-1)′ samt (B-2)′ i (B-3)′ og i (B-4)′, finner vi:

$$dY_2 = \frac{\partial F^2}{\partial L_2} dL_2 + \frac{\partial F^2}{\partial K_2} dK_2 = \frac{\partial F^2}{\partial L_2}(-dL_1) + \frac{\partial F^2}{\partial K_2}(-dK_1) \Leftrightarrow -dY_2 = \frac{\partial F^2}{\partial K_2}\left(\frac{\frac{\partial F^2}{\partial L_2}}{\frac{\partial F^2}{\partial K_2}} dL_1 + dK_1\right)$$

$$dY_1 = \frac{\partial F^1}{\partial L_1} dL_1 + \frac{\partial F^1}{\partial K_1} dK_1 = \frac{\partial F^1}{\partial K_1}\left(\frac{\frac{\partial F^1}{\partial L_1}}{\frac{\partial F^1}{\partial K_1}} dL_1 + dK_1\right)$$

Siden produksjonseffektivitet er karakterisert ved likhet mellom de to bedriftenes marginale tekniske substitusjonsbrøker mellom realkapital og arbeidsinnsats; dvs:

$$Produksjonseffektivitet \qquad \frac{\frac{\partial F^1}{\partial L_1}}{\frac{\partial F^1}{\partial K_1}} = \frac{\frac{\partial F^2}{\partial L_2}}{\frac{\partial F^2}{\partial K_2}}$$

må vi ha:

$$(B-10)' \qquad MTB(Y_1, Y_2) := \frac{-dY_2}{dY_1} = \frac{\frac{\partial F^2}{\partial K_2}}{\frac{\partial F^1}{\partial K_1}} = \frac{\frac{\partial F^2}{\partial L_2}}{\frac{\partial F^1}{\partial L_1}}$$

Dermed vil vi ha at vår opprinnelige betingelser for produksjonsøkonomien, (B-1) – (B-4), sammen med betingelsen om at den marginale transformasjonsbrøk mellom de to varene skal være den samme for hver faktor, (B-10)′, ialt ha 5 betingelser mellom 6 variable $(L_1, L_2, K_1, K_2, Y_1, Y_2)$. Vi har fremdeles én frihetsgrad som elimineres ved å låse fast produksjonen av én av varene. Med et slikt krav vil våre fem betingelser fastlegge hvilke verdier de fem øvrige variablene må ta for at allokeringen skal være produksjonseffektiv, i den forstand at vi får maksimal produksjon av en vare for et gitt (vilkårlig) produksjonskrav for den andre. (Det er nettopp den ene frihetsgraden som gjør det mulig for oss å representere løsningen på kompakt form ved transformasjonsfunksjonen $T(Y_1, Y_2; L, K) = 0$.)

Vi skal nå vise hvordan maksimal nasjonalinntekt oppnås for en liten åpen økonomi og bruke resultatet til å vise at høyere pris på en vare bør lede til økt produksjon av vedkommende vare. For en liten åpen økonomi vil maksimal nasjonalinntekt til gitte priser på verdensmarkedet fremkomme som løsningen av følgende problem:

$$(B-11) \qquad \mathit{Maksimer}_{\,(Y_1,Y_2)} \left\{ p_1Y_1 + p_2Y_2 \,\middle|\, T(Y_1, Y_2; L, K) = 0 \right\}$$

Mao., problemet er å finne det punktet på produksjonsmulighetskurven som skaper den høyeste nasjonalinntekten til de gitte prisene på verdensmarkedet. La λ være en Lagrangemultiplikator for bibetingelsen i (B-11), slik at Lagrangefunksjonen kan skrives som: $H(Y_1, Y_2, \lambda) = p_1Y_1 + p_2Y_2 - \lambda T(Y_1, Y_2; L, K)$. Den produksjonsfordelingen som maksimerer nasjonalinntekten må nå oppfylle følgende betingelser, når vi har indre løsning:

$$(B-12) \qquad \frac{\partial H}{\partial Y_1} = p_1 - \lambda \frac{\partial T}{\partial Y_1} = 0$$

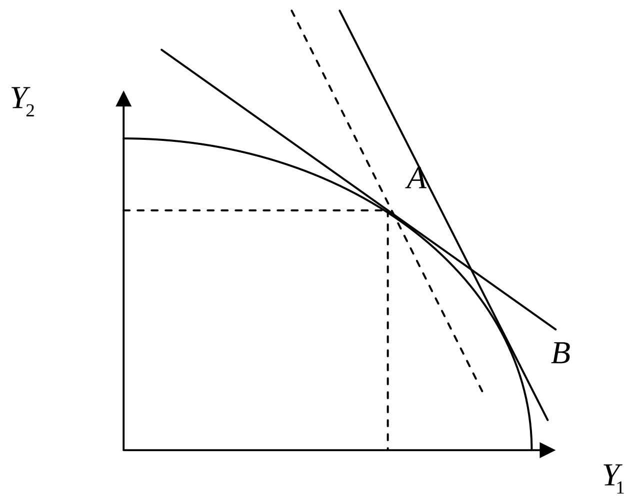
$$(B-13) \qquad \frac{\partial H}{\partial Y_2} = p_2 - \lambda \frac{\partial T}{\partial Y_2} = 0$$

Eliminering av Lagrangemultiplikatoren gir direkte at:

$$(B-14) \quad \frac{\frac{\partial T}{\partial Y_1}}{\frac{\partial T}{\partial Y_2}} = MTB(Y_1, Y_2) = \frac{p_1}{p_2}$$

Vi skal altså velge et produksjonspunkt slik at MTB i vedkommende punkt er lik prisforholdet. I figur (B-2) fremkommer dette punktet ved at en ”isoinntektslinje”; dvs. en samling av alle produktmengder slik at $p_1Y_1 + p_2Y_2 =$konstant, tangerer produksjonsmulighetskurven. Når prisen på vare 1 øker, vil tangentbrattheten til en slik isoinntektslinje øke. (Dette ser vi av at for en gitt nasjonalinntekt, vil $-\frac{dY_2}{dY_1} = \frac{p_1}{p_2}$.) Derfor, om prisen på vare 1 øker, vil maksimal nasjonalinntekt oppnås ved å vri produksjonen fra vare 2 til vare 1.

Vi har illustrert en slik prisøkning i figur (B-3).



Figur (B-3)

Til de opprinnelige prisene oppnås maksimal nasjonalinntekt i punktet A, der vi har tangering mellom den heltrukne inntektslinjen og produksjonsmulighetskurven. Når prisen på vare 1 øker, blir inntektslinjene brattere, og nasjonalinntekten til de nye prisene for den opprinnelige produksjonsfordelingen, er angitt ved den stiplede inntekslinjen som går gjennom punktet A. Til de nye prisene har vi nå at $MTB(A) < \frac{p_1^{ny}}{p_2}$. Siden MTB selv er voksende i vare 1, vil likhet (dvs. maksimal nasjonalinntekt) oppnås ved å øke Y_1. Pga. begrensede ressurser, vil produksjonen av vare 2 dermed måtte gå ned. Maksimal nasjonalinntekt til de nye prisene oppnås derfor i det nye produksjonspunktet, merket *B* i figuren.